

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Машиноведение и детали машин»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, МАШИН И МАНИПУЛЯТОРОВ

Пособие
для студентов специальности 6-05-0714-03
«Инженерно-техническое проектирование
и производство материалов и изделий из них»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением вузов
Республики Беларусь по образованию
в области металлургического оборудования и технологий*

Минск
БНТУ
2025

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41

Д46

А в т о р ы:

Е. М. Дубовская, В. К. Акулич

Р е ц е н з е н т ы:

Д. В. Куис, В. В. Тульев

Дубовская, Е. М.

Д46 Теория механизмов, машин и манипуляторов : пособие для студентов специальности 6-05-0714-03 «Инженерно-техническое проектирование и производство материалов и изделий из них» / Е. М. Дубовская, В. К. Акулич. – Минск : БНТУ, 2025. – 66 с.
ISBN 978-985-31-0045-7.

Учебно-методическое пособие представляет собой руководство по выполнению курсового проекта и курсовой работы по дисциплине «Теория механизмов, машин и манипуляторов». Показаны особенности решения задач динамики машин и механизмов, синтеза кулачковых механизмов.

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41

ISBN 978-985-31-0045-7

© Белорусский национальный
технический университет, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 5 |
| 1. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ МАШИНЫ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ | 6 |
| 2. ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МАШИНЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ..... | 9 |
| 2.1. Задачи динамического синтеза и анализа машины | 9 |
| 2.2. Структурный анализ рычажного механизма..... | 9 |
| 2.3. Определение кинематических характеристик рычажного механизма методом планов | 11 |
| 2.3.1. Построение планов положений механизма..... | 11 |
| 2.3.2. Построение планов аналогов скоростей..... | 12 |
| 2.3.3. Аналитический метод | 15 |
| 2.4. Определение сил полезного (технологического) сопротивления..... | 19 |
| 2.5. Динамическая модель машины | 20 |
| 2.6. Определение приведенного момента сил сопротивления M_{Π}^C | 21 |
| 2.7. Определение работы сил сопротивления A_C и работы движущих сил A_D | 23 |
| 2.8. Определение приведенного момента движущих сил M_{Π}^D | 26 |
| 2.9. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции I_{Π}^H | 27 |
| 2.10. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции I_{Π}^I и момента инерции маховика I_M | 28 |
| 2.11. Определение закона движения звена приведения | 32 |
| 2.12. Выводы | 34 |
| 3. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА.... | 35 |
| 3.1. Задачи динамического анализа механизма | 35 |
| 3.2. Графический метод..... | 35 |
| 3.2.1. Кинематический анализ для положения 2 | 35 |
| 3.2.2. Кинематический анализ для положения 11 | 39 |
| 3.2.3. Силовой анализ для положения 2 | 40 |
| 3.2.4. Силовой анализ для положения 11 | 43 |

| | |
|---|----|
| 3.3. Аналитический метод..... | 45 |
| 3.3.1. Кинематический анализ | 45 |
| 3.3.2. Силовой анализ..... | 46 |
| 4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА..... | 49 |
| 4.1. Задачи проектирования | 49 |
| 4.2. Определение кинематических характеристик | 49 |
| 4.3. Определение основных размеров кулачкового механизма | 55 |
| 4.3.1. Графический метод | 55 |
| 4.3.2. Аналитический метод | 56 |
| 4.4. Определение полярных координат центрового профиля кулачка | 56 |
| 4.5. Определение углов давления..... | 58 |
| 4.6. Построение профиля кулачка..... | 60 |
| 4.7. Выводы | 62 |
| ЛИТЕРАТУРА..... | 63 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ | 64 |

ВВЕДЕНИЕ

Курсовое проектирование по теории механизмов, машин и манипуляторов предусматривает решение ряда задач: динамика машинного агрегата, динамический анализ основного исполнительного механизма машины, синтез кулачкового механизма. При решении этих задач можно использовать как аналитические методы, на основе которых разрабатываются алгоритмы и программные продукты, так и традиционные графические методы.

Студенту выдается задание на курсовое проектирование, содержащее описание работы машины и исходные данные. Курсовая работа состоит из пояснительной записки, выполняемой на листах формата А4, и графической части на двух листах формата А1. Курсовой проект предполагает выполнение графической части на трех листах формата А1.

Настоящее пособие построено в виде примера последовательности выполнения курсовой работы (курсового проекта) и оформления пояснительной записки со всеми необходимыми расчетами и графическими построениями. Каждая глава начинается с постановки задач, описания последовательности и методик проектирования, что позволяет четко определить место всех расчетов в общей схеме исследования. В случае затруднений рекомендуется обращаться к литературным источникам, указанным в ссылках. Пособие рекомендуется при применении графических методов расчетов. Примеры выполнения графической части представлены в приложении.

1. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ МАШИНЫ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Вытяжной пресс предназначен для получения изделий методом глубокой вытяжки. Деформация заготовки осуществляется пуансоном, установленным на ползуне 3 кривошипно-ползунного механизма (рис. 1.1, а). Ползун совершает возвратно-поступательное движение вверх – вниз. Рабочий ход происходит при движении ползуна вниз, причем деформация заготовки производится только на части рабочего хода, равной $0,7H$, где H – ход ползуна. График усилия вытяжки F_3 (силы полезного сопротивления), действующей на ползун в зависимости от его перемещения, показан на рис. 1.1, б.

Кривошипный вал 1 исполнительного рычажного механизма приводится во вращение электродвигателем 4 через зубчатый редуктор, состоящий из планетарной передачи $Z_1 - Z_2 - Z_{2'} - Z_3 - H$ и простой передачи $Z_4 - Z_5$ (рис. 1.1, в).

Готовое изделие выталкивается из матрицы выталкивателем, движение которого обеспечивается кулачковым механизмом (рис. 1.1, г) через систему рычагов. Кулачковый механизм состоит из кулачка 5 и толкателя 6 с роликом 7. Требуемый закон изменения аналога ускорения толкателя показан на рис. 1.1, д.

Для обеспечения необходимой степени неравномерности вращения кривошипного вала 1 на нем установлен маховик 8. Исходные данные для проектирования приведены в табл. 1.1.

Примечание.

1. $l_{AS_2} = 0,35l_{AB}$.
2. Массы звеньев $m_2 = ql_{AB}$, где $q = 70 \text{ кг/м}$, $m_3 = 3m_2$.
3. Момент инерции звена 2 $I_{S_2} = 0,17m_2 l_{AB}^2$.

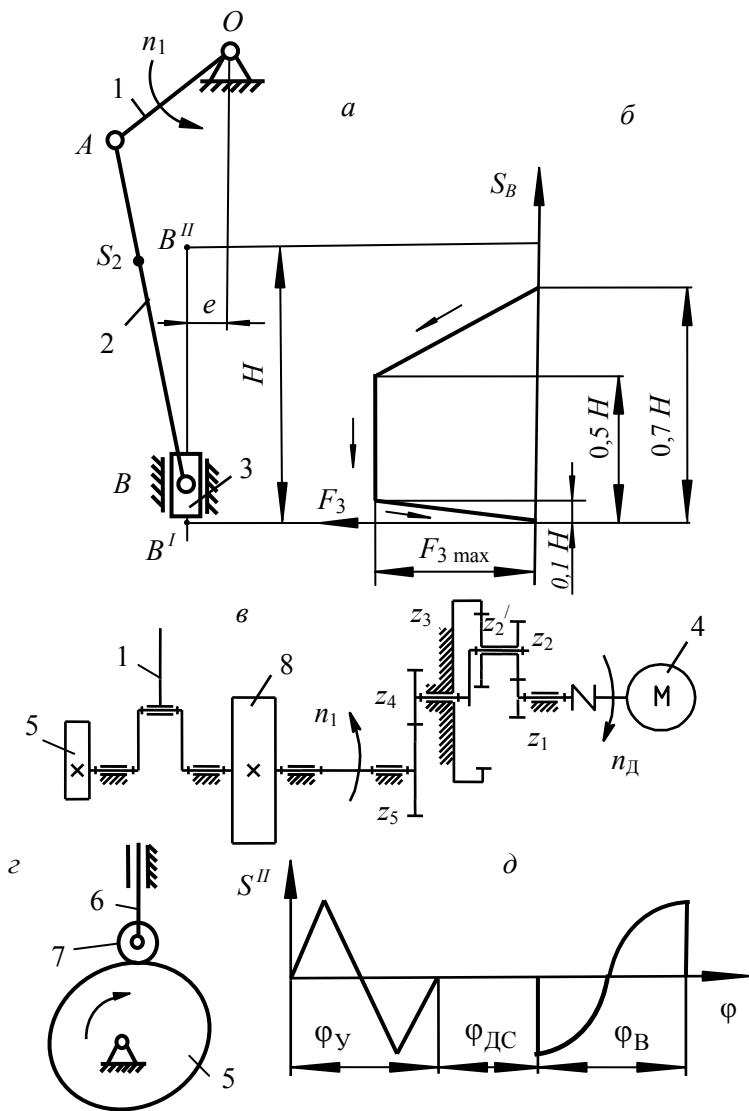


Рис. 1.1. Исходные данные для проектирования

Таблица 1.1

Исходные данные для проектирования

| № пп | Параметр | Обозна- чение | Размер- ность | Величина |
|---------|---|-----------------------------|-------------------|----------|
| 1 | Размеры рычажного механизма | l_{OA} | м | 0,1 |
| | | l_{AB} | м | 0,42 |
| | | e | м | 0,04 |
| 2 | Частота вращения электродви- гателя | n_D | об/мин | 960 |
| 3 | Частота вращения кривошипа 1 | n_1 | об/мин | 120 |
| 4 | Максимальное усилие вытяжки | $F_{3\max}$ | Н | 20 000 |
| 5 | Масса звена 1 (без маховика) | m_1 | кг | 50 |
| 6 | Момент инерции звена 1 (без маховика) | I_0 | кг·м ² | 0,1 |
| 7 | Момент инерции ротора элек- тродвигателя | I_p | кг·м ² | 0,05 |
| 8 | Приведенный к валу 1 момент инерции звеньев редуктора | $I_{\text{ред}}^{\text{п}}$ | кг·м ² | 2 |
| 9 | Коэффициент неравномерности вращения звена 1 | δ | — | 0,1 |
| 10 | Ход толкателя кулачкового механизма | h | м | 0,06 |
| 11 | Фазовые углы поворота кулачка: – удаления | Φ_U | град | 80 |
| | | Φ_{DC} | град | 20 |
| | | Φ_B | град | 80 |
| 12 | Максимально допустимый угол давления в кулачковом меха- низме | θ_{\max} | град | 30 |

2. ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МАШИНЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ

2.1. Задачи динамического синтеза и анализа машины

Динамический синтез машины по коэффициенту неравномерности движения δ состоит в определении такой величины постоянной составляющей приведенного момента инерции I_{Π}^I , при которой колебания скорости звена приведения не выходят за пределы, установленные этим коэффициентом. Обычно это достигается установкой дополнительной врачающейся массы, выполняемой в виде маховика.

Динамический анализ машины состоит в определении законов движения звена приведения в виде зависимостей угловой скорости и углового ускорения звена приведения от обобщенной координаты – $\omega_1(\phi_1)$ и $\varepsilon_1(\phi_1)$.

Блок-схема исследования динамики машины показана на рис. 2.1.

2.2. Структурный анализ рычажного механизма

Структурная схема основного исполнительного механизма изображена на рис. 2.2, а. Число подвижных звеньев $n = 3$. Число низших кинематических пар $p_H = 4$, в том числе вращательные пары – $O(1,0)$, $A(1,2)$, $B(2,3)$, поступательная пара – $B(3,0)$. Число высших кинематических пар $p_B = 0$. Число степеней свободы механизма

$$W = 3n - 2p_H - p_B = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Таким образом, для того, чтобы все звенья механизма совершали однозначно определенные движения, необходимо задать движение одному звену – в данном случае кривошипу 1. Тогда угловая координата кривошипа ϕ_1 является обобщенной координатой механизма, а кривошип – начальным звеном.

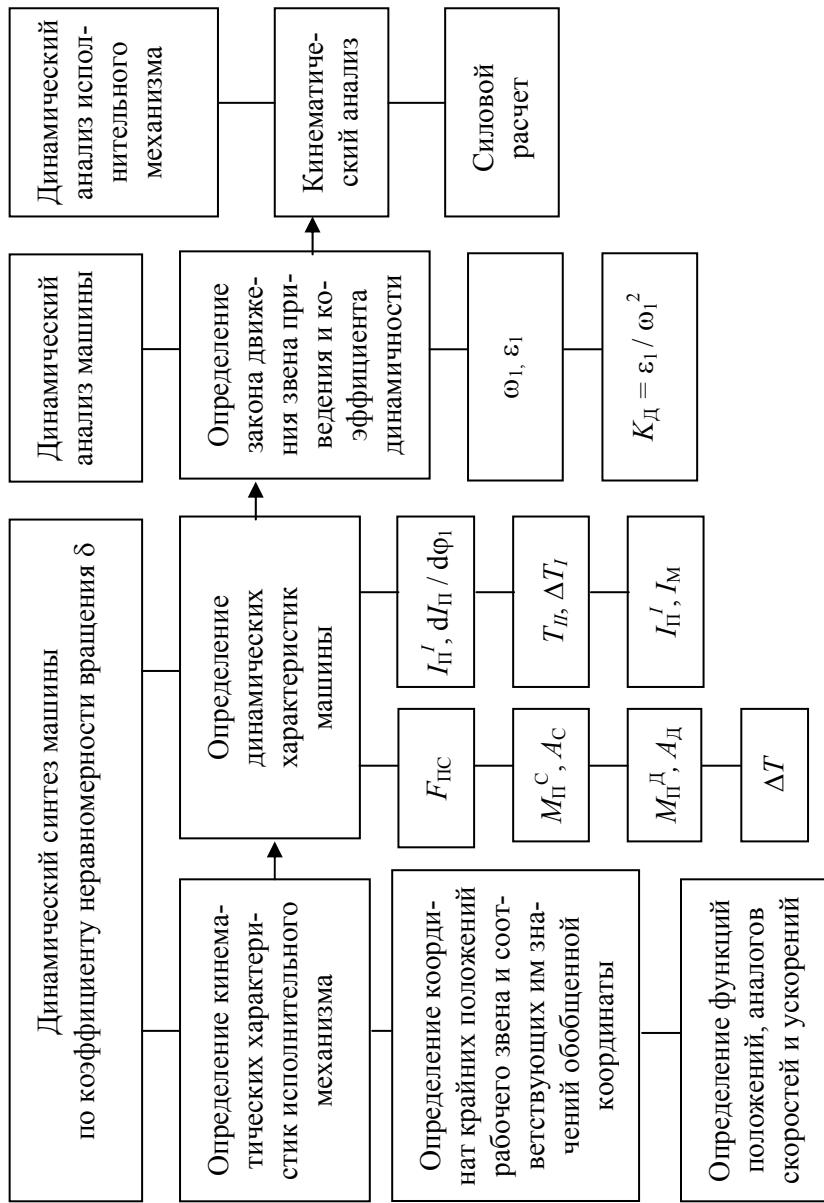


Рис. 2.1. Блок-схема исследования динамики машины

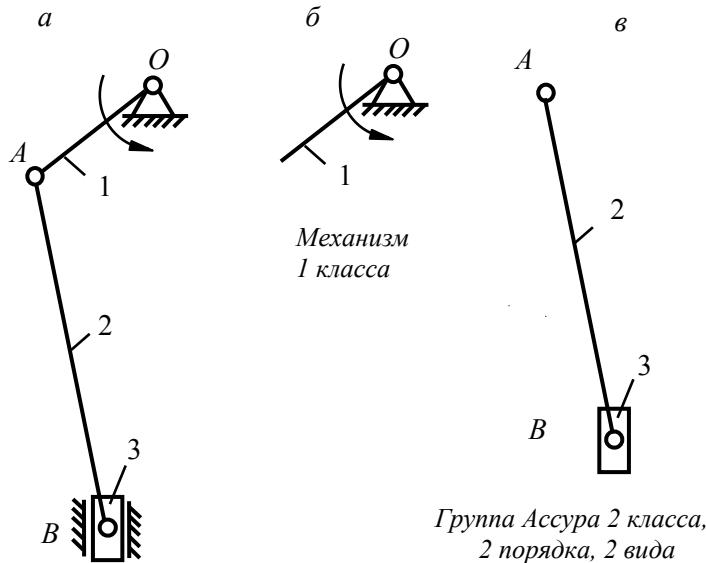


Рис. 2.2 Структурная схема кривошипно-ползунного механизма с разложением на группы Ассура

Механизм образован из механизма 1-го класса (1, 0) (рис. 2.2, *b*) и структурной группы (2, 3) (рис. 2.2, *c*).

Формула строения механизма $I(1,0) \rightarrow II(2,3)$.

2.3. Определение кинематических характеристик рычажного механизма методом планов

2.3.1. Построение планов положений механизма

Для построения планов выберем масштабный коэффициент длины $\mu_S = 0,002$ м/мм.

Примечание. Масштабные коэффициенты рекомендуется принимать в виде чисел, содержащих одну цифру 1, 2, ..., 9 с требуемым количеством нулей слева или справа. Например, 0,02; 2; 20.

Определяем чертежные размеры механизма:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_S} = \frac{0,1}{0,002} = 50 \text{ мм};$$

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_S} = \frac{0,42}{0,002} = 210 \text{ мм};$$

$$AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_S} = \frac{0,35l_{AB}}{0,002} = \frac{0,35 \cdot 0,42}{0,002} = 73,5 \text{ мм};$$

$$E = \frac{e}{\mu_S} = \frac{0,04}{0,002} = 20 \text{ мм.}$$

Методом засечек строим 12 последовательных планов положений механизма через 30 градусов по углу поворота кривошипа OA , начиная с крайнего положения 1, в котором $\varphi_1 = \varphi_0$ и звенья OA и AB вытягиваются в одну прямую линию. Второе крайнее положение 7', в котором звенья OA и AB накладываются одно на другое, находим дополнительно. Все положения нумеруются в направлении вращения кривошипа.

На шатуне 2 отрезком AS_2 отмечаем положение точки S_2 на всех планах и соединяем их плавной линией, получая траекторию движения центра масс шатуна.

2.3.2. Построение планов аналогов скоростей

Для приведения сил и масс потребуются передаточные функции звеньев и центров масс (аналоги скоростей). Для их определения используем графический метод – построение планов аналогов скоростей для всех положений механизма.

Аналог скорости точки A равен

$$U_A = \frac{V_A}{\omega_1} = \frac{\omega_1 l_{OA}}{\omega_1} = l_{OA} = 0,1 \text{ м.}$$

Принимаем масштабный коэффициент аналогов скоростей $\mu_U = \mu_S = 0,002$ м/мм. Тогда отрезок, изображающий U_A , равен

$$pa = \frac{U_A}{\mu_U} = \frac{0,1}{0,002} = 50 \text{ мм.}$$

Так как $\bar{U}_A \perp OA$ и направлен в сторону вращения кривошипа I , то откладываем отрезок $ra \perp OA$ (в соответствующем положении механизма).

Для определения аналога скорости \bar{U}_B используем векторные уравнения (на основании теоремы о сложении скоростей в плоском движении):

$$\bar{U}_B = \bar{U}_A + \bar{U}_{BA},$$

$$\bar{U}_B = \bar{U}_{B_0} + \bar{U}_{BB_0},$$

где $\bar{U}_{BA} \perp AB$, $\bar{U}_{B_0} = 0$ (точка B_0 направляющих ползуна неподвижна), $\bar{U}_{BB_0} \parallel y$.

Точку s_2 на плане аналогов скоростей находим по теореме подобия:

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 0,35 \cdot (ab).$$

Находим на плане проекции точки $s_2 - s_{2x}$ и s_{2y} .

На основании выполненных построений определяем передаточные функции (аналоги скоростей). Например, для положения 11

$$as_2 = 0,35 \cdot (ab) = 0,35 \cdot 21,8 = 7,6 \text{ мм};$$

$$i_{31} = U_B = \frac{V_B}{\omega_1} = (pb) \cdot \mu_U = 47,7 \cdot 0,002 = 0,0954 \text{ м;}$$

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{ab}{l_{AB}} \cdot \mu_U = \frac{21,8 \cdot 0,002}{0,42} = 0,1038;$$

$$i_{S_21} = U_{S_2} = \frac{V_{S_2}}{\omega_1} = (ps_2) \cdot \mu_U = 48,1 \cdot 0,002 = 0,0962 \text{ м};$$

$$y'_{S_2} = \frac{V_{S_2y}}{\omega_1} = (ps_{2y}) \cdot \mu_U = 46 \cdot 0,002 = 0,092 \text{ м.}$$

Результаты построений и вычислений приведены в табл. 2.1 и табл. 2.2.

Таблица 2.1

Результаты построений планов аналогов скоростей

| № пол. | Отрезки, мм | | | | |
|-----------|-------------|-----------------|------|-----------------|------------------|
| | ab | as ₂ | pb | ps ₂ | ps _{2y} |
| 1 | 50 | 17,5 | 0 | 32,5 | 2,5 |
| 2 | 46 | 16,1 | 30,7 | 38,7 | 25 |
| 3 | 29,5 | 10,3 | 49,9 | 48,2 | 44,5 |
| 4 | 4,1 | 1,4 | 51,2 | 50,6 | 50,5 |
| 5 | 22,7 | 7,9 | 38,1 | 44,7 | 42,5 |
| 6 | 42,4 | 14,8 | 18,5 | 36,8 | 25 |
| 7' | 50 | 17,5 | 0 | 32,5 | 4,5 |
| 7 | 50,2 | 17,6 | 1,9 | 32,6 | 2 |
| 8 | 45,1 | 15,8 | 21,3 | 36,5 | 21,5 |
| 9 | 28,4 | 9,9 | 38,4 | 44,1 | 40 |
| 10 | 3,9 | 1,4 | 49,3 | 49,6 | 49,5 |
| 11 | 21,8 | 7,6 | 47,7 | 48,1 | 46 |
| 12 | 41,3 | 14,5 | 29,9 | 39,6 | 29 |

Таблица 2.2

Результаты вычислений аналогов скоростей

| № пол. | i_{31} , м | i_{21} | i_{S_21} , м | $y_{S_2}^/,$ м |
|-----------|--------------|----------|----------------|----------------|
| 1 | 0 | 0,2381 | 0,065 | 0,005 |
| 2 | 0,0614 | 0,2191 | 0,0774 | 0,05 |
| 3 | 0,0997 | 0,1407 | 0,0964 | 0,089 |
| 4 | 0,1024 | 0,0194 | 0,1012 | 0,101 |
| 5 | 0,0761 | 0,1082 | 0,0894 | 0,085 |
| 6 | 0,037 | 0,2018 | 0,0736 | 0,05 |
| 7' | 0 | 0,2381 | 0,065 | 0,009 |
| 7 | 0,0037 | 0,2389 | 0,0652 | 0,004 |
| 8 | 0,0425 | 0,2147 | 0,073 | 0,043 |
| 9 | 0,0768 | 0,1353 | 0,0882 | 0,08 |
| 10 | 0,0986 | 0,0185 | 0,0992 | 0,099 |
| 11 | 0,0954 | 0,1038 | 0,0962 | 0,092 |
| 12 | 0,0598 | 0,1966 | 0,0792 | 0,058 |

2.3.3. Аналитический метод

В соответствии с алгоритмом расчета, приведенным в пособии [1], выполняем расчет кинематических характеристик аналитическим методом для контрольного положения $i = 11$ (рис. 2.3). На основании рис. 2.4 находим обобщенную координату φ_0 (в крайнем нижнем положении 1):

$$\varphi_0 = 270^\circ - \arcsin\left(\frac{|e|}{l_1 + l_2}\right) = 270^\circ - \arcsin\left(\frac{0,04}{0,1 + 0,42}\right) = 265,6^\circ.$$

Обобщенная координата

$$\varphi_1 = \varphi_0 + (i-1) \cdot \Delta\varphi_1 = 265,6^\circ + (11-1) \cdot 30^\circ = 565,6^\circ.$$

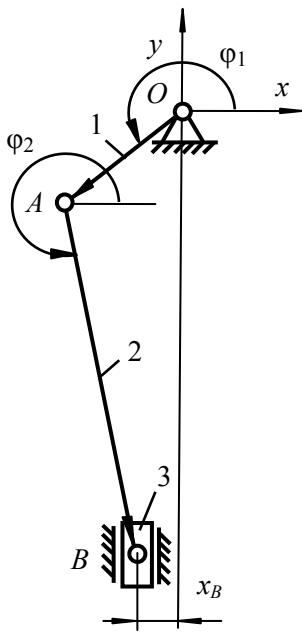


Рис. 2.3. Схема кривошипно-ползунного механизма в положении № 11

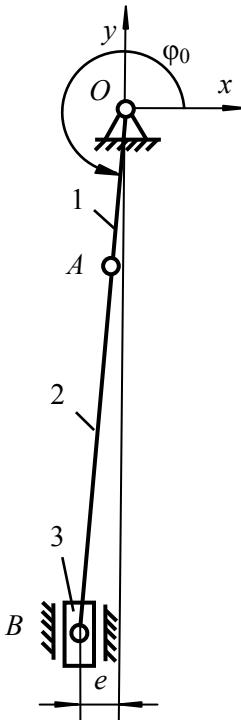


Рис. 2.4. Схема кривошипно-ползунного механизма в положении № 1

Так как $\varphi_1 > 360^\circ$, то принимаем $\varphi_1 = 565,6^\circ - 360^\circ = 205,6^\circ$.

Примечание. Шаг изменения обобщенной координаты равен $\Delta\varphi_1 = 30^\circ$ при вращении кривошипа против часовой стрелки или $\Delta\varphi_1 = -30^\circ$ при вращении по часовой стрелке.

$$1. \quad x_A = l_1 \cos \varphi_1 = 0,1 \cdot \cos 205,6^\circ = -0,09018 \text{ м.}$$

$$2. \quad y_A = l_1 \sin \varphi_1 = 0,1 \cdot \sin 205,6^\circ = -0,04321 \text{ м.}$$

$$3. \quad y_B = y_A + a \sqrt{l_2^2 - (x_B - x_A)^2} = \\ = -0,04321 - 1 \cdot \sqrt{0,42^2 - (-0,04 + 0,09018)^2} = -0,4602 \text{ м.}$$

$$4. \cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2} = \frac{-0,04 + 0,09018}{0,42} = 0,1195.$$

$$5. \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2} = \frac{-0,4602 + 0,04321}{0,42} = -0,9928.$$

$$6. i_{21} = -\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2 \sin \varphi_2} = -\frac{0,1 \cdot \sin 205,6^\circ}{0,42 \cdot (-0,9928)} = -0,1036.$$

$$7. i_{31} = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21} \cos \varphi_2 = \\ = -0,1 \cdot \cos 205,6^\circ + 0,42 \cdot (-0,1036) \cdot 0,1195 = -0,0954 \text{ m.}$$

$$8. i'_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2}{l_2 \sin \varphi_2} = \\ = -\frac{0,1 \cos 205,6^\circ + 0,42 \cdot (-0,1036)^2 \cdot 0,1195}{0,42 \cdot (-0,9928)} = -0,215.$$

$$9. i'_{31} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2 + l_2 i'_{21} \cos \varphi_2 = \\ = -0,1 \cdot \sin 205,6^\circ - 0,42 \cdot (-0,1036)^2 (-0,9928) + 0,42 \cdot (-0,215) \times \\ \times 0,1195 = 0,0369 \text{ m.}$$

$$10. x_{S_2} = x_A + l_{AS_2} \cos \varphi_2 = -0,09018 + 0,147 \cdot 0,1195 = -0,07261 \text{ m.}$$

$$11. y_{S_2} = y_A + l_{AS_2} \sin \varphi_2 = -0,04321 + 0,147 \cdot (-0,9928) = -0,1892 \text{ m.}$$

$$12. x'_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_{AS_2} \sin \varphi_2 = \\ = -0,1 \cdot \sin 205,6^\circ - (-0,1036) \cdot 0,147 \cdot (-0,9928) = 0,0281 \text{ m.}$$

$$13. y'_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_{AS_2} \cos \varphi_2 = \\ = 0,1 \cdot \cos 205,6^\circ - 0,1036 \cdot 0,147 \cdot 0,1195 = -0,092 \text{ m.}$$

$$14. x''_{S_2} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_{AS_2} i'_{21} \sin \varphi_2 - l_{AS_2} i_{21}^2 \cos \varphi_2 = \\ = -0,1 \cdot \cos 205,6^\circ - 0,147 \cdot (-0,215) (-0,9928) - 0,147 \times \\ \times (-0,1036)^2 \cdot 0,1195 = 0,0586 \text{ m.}$$

$$15. \quad y_{S_2}^{/\!/\!} = -l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS_2} i_{21}' \cos \varphi_2 - l_{AS_2} i_{21}^2 \sin \varphi_2 = \\ = -0,1 \cdot \sin 205,6^\circ + 0,147 \cdot (-0,215) \cdot 0,1195 - 0,147 \times \\ \times (-0,1036)^2 (-0,9928) = 0,0410 \text{ м.}$$

$$16. \quad |y_{B\max}| = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - x_B^2} = \\ = \sqrt{(0,1 + 0,42)^2 - (-0,04)^2} = 0,5185 \text{ м.}$$

$$17. \quad S_B = |y_{B\max}| - |y_B| = 0,5185 - 0,4602 = 0,0583 \text{ м.}$$

$$18. \quad i_{S_21} = \sqrt{(x_{S_2}')^2 + (y_{S_2}')^2} = \sqrt{0,0281^2 + (-0,092)^2} = 0,0962 \text{ м.}$$

Примечание. В формуле (3) $a = +1$, если ползун расположен сверху от начала координат, или $a = -1$, если снизу.

Сопоставление результатов расчетов для положения 11 приведено в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Сопоставление результатов расчетов для положения 11

| Параметр | Единица измерения | Аналитический метод | Графический метод |
|--------------------|-------------------|---------------------|-------------------|
| i_{31} | м | -0,0954 | 0,0954 |
| i_{21} | - | -0,1036 | 0,1038 |
| $y_{S_2}^{/\!/\!}$ | м | -0,092 | 0,092 |
| i_{S_21} | м | 0,0962 | 0,0962 |

Примечание. Знак «минус» в табл. 2.3 указывает направление соответствующего параметра по отношению к системе координат.

2.4. Определение сил полезного (технологического) сопротивления

Заданную механическую характеристику $F_3(S_B)$ привязываем к крайним положениям механизма и с учетом выполняемого технологического процесса находим силу полезного сопротивления F_3 , действующую на ползун 3, для каждого положения механизма:

$$F_3 = y_F \mu_F,$$

где y_F – ордината графика $F_3(S_B)$, мм;

μ_F – масштабный коэффициент сил, Н/мм.

$$\mu_F = \frac{F_{3\max}}{y_{F\max}} = \frac{20\,000}{50} = 400 \text{ Н/мм.}$$

Результаты определения F_3 приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Результаты определения силы полезного сопротивления

| № пол. | y_F , мм | F_3 , Н |
|--------|------------|-----------|
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 |
| 10 | 38 | 15 200 |
| 11 | 50 | 20 000 |
| 12 | 34 | 13 600 |
| 13 | 0 | 0 |

2.5. Динамическая модель машины

Чтобы упростить решение задач динамики, машина заменяется динамической моделью в виде вращающегося звена приведения, к которому приложен приведенный момент сил M_{Π} и которое имеет приведенный момент инерции I_{Π} относительно оси вращения (рис. 2.5).

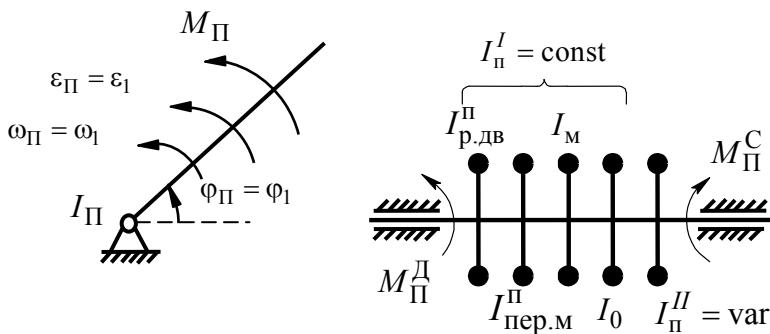


Рис. 2.5. Динамическая модель машины

При этом M_{Π} и I_{Π} должны быть такими, чтобы закон движения звена приведения совпадал с законом движения начального звена исполнительного механизма (кривошипа I), т. е. в любой момент $\Phi_{\Pi} = \Phi_1$, $\omega_{\Pi} = \omega_1$, $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_1$. Для этого M_{Π} определяется из условия равенства мгновенных мощностей, а I_{Π} – из условия равенства кинетических энергий.

В свою очередь, $M_{\Pi} = M_{\Pi}^D - M_{\Pi}^C$, где M_{Π}^D – приведенный момент движущих сил; M_{Π}^C – приведенный момент сил сопротивления. Кроме того, $I_{\Pi} = I_{\Pi}^I + I_{\Pi}^{II}$, где I_{Π}^I – постоянная составляющая приведенного момента инерции; I_{Π}^{II} – переменная составляющая приведенного момента инерции. В величину I_{Π}^I входят собственный момент инерции кривошипа (I_0), приведенные моменты инер-

ции ротора электродвигателя и передаточного механизма ($I_{\text{п.дв.}}^{\Pi}$, $I_{\text{пер.м.}}^{\Pi}$), а также момент инерции I_M добавочной массы (маховика), причем необходимость установки маховика определяется на основании заданной степени неравномерности движения звена приведения. Величина I_{Π}^H получается в результате приведения масс звеньев с переменными передаточными функциями.

2.6. Определение приведенного момента сил сопротивления M_{Π}^C

Приведенный момент сил сопротивления M_{Π}^C определяется из равенства мгновенных мощностей, согласно которому мощность момента M_{Π}^C равна сумме мощностей от силы полезного сопротивления F_3 и сил тяжести звеньев:

$$M_{\Pi}^C \omega_1 = F_3 V_B \pm G_2 V_{S_2y} \pm G_3 V_B,$$

откуда

$$M_{\Pi}^C = F_3 \frac{V_B}{\omega_1} \pm G_2 \frac{V_{S_2y}}{\omega_1} \pm G_3 \frac{V_B}{\omega_1} = F_3 |i_{31}| \pm G_2 |y'_{S_2}| \pm G_3 |i_{31}|.$$

Здесь знак «плюс» берется в том случае, когда направления силы и соответствующей скорости не совпадают, а знак «минус» – когда эти направления совпадают.

Примечание. В случае механизмов с горизонтальным движением ползуна в формуле M_{Π}^C слагаемое $G_3 |i_{31}|$ отсутствует.

По исходным данным определяем массы звеньев:

$$m_2 = q l_{AB} = 70 \cdot 0,42 = 29,4 \text{ кг};$$

$$m_3 = 3 m_2 = 3 \cdot 29,4 = 88,2 \text{ кг}.$$

Силы тяжести звеньев:

$$G_1 = m_1 g = 50 \cdot 9,81 = 491 \text{ Н};$$

$$G_2 = m_2 g = 29,4 \cdot 9,81 = 288 \text{ Н};$$

$$G_3 = m_3 g = 88,2 \cdot 9,81 = 865 \text{ Н}.$$

Используя табл. 2.2 и 2.4, вычисляем M_{Π}^C . Например, для положения 11

$$M_{\Pi}^C = 20\,000 \cdot 0,0954 - 288 \cdot 0,092 - 865 \cdot 0,0954 = 1799 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Принимаем масштабный коэффициент моментов $\mu_M = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{мм}$. Тогда ордината графика для положения 11 равна

$$y_{M_{\Pi}^C} = \frac{M_{\Pi}^C}{\mu_M} = \frac{1799}{20} = 90 \text{ мм}.$$

Примечание. При выборе масштабных коэффициентов следует руководствоваться примечанием в п. 2.3.1 и условием максимального заполнения площади листа.

Результаты вычислений для всех положений приведены в табл. 2.5, на основании их построен график $M_{\Pi}^C(\varphi_1)$. Масштабный коэффициент углов

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{[1-13]} = \frac{2\pi}{180} = 0,0349 \text{ рад}/\text{мм}.$$

Здесь отрезок $[1-13] = 180 \text{ мм}$ соответствует одному циклу уставновившегося движения ($\varphi_{\Pi} = 360^\circ = 2\pi$).

Таблица 2.5

Результаты определения приведенного момента
сил сопротивления

| № пол. | $F_3 i_{31} $, Н·м | $G_2 y'_{S_2} $, Н·м | $G_3 i_{31} $, Н·м | M_Π^C , Н·м | $y_{M_\Pi^C}$, мм |
|-----------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|
| 1 | 0 | -1,4 | 0 | -1,4 | -0,1 |
| 2 | 0 | 14,4 | 53,1 | 67,5 | 3,4 |
| 3 | 0 | 25,6 | 86,2 | 111,8 | 5,6 |
| 4 | 0 | 29,1 | 88,6 | 117,7 | 5,9 |
| 5 | 0 | 24,5 | 65,8 | 90,3 | 4,5 |
| 6 | 0 | 14,4 | 32,0 | 46,4 | 2,3 |
| 7 | 0 | 1,2 | -3,2 | -2,0 | -0,1 |
| 8 | 0 | -12,4 | -36,8 | -49,2 | -2,5 |
| 9 | 0 | -23,0 | -66,4 | -89,4 | -4,5 |
| 10 | 1499 | -28,5 | -85,3 | 1385 | 69,3 |
| 11 | 1908 | -26,5 | -82,5 | 1799 | 90 |
| 12 | 813 | -16,7 | -51,7 | 745 | 37,3 |
| 13 | 0 | -1,4 | 0 | -1,4 | -0,1 |

2.7. Определение работы сил сопротивления A_C

и работы движущих сил A_D

Так как работа сил сопротивления

$$A_C = \int_{\phi_0}^{\phi_1} M_\Pi^C d\phi_1,$$

то график $A_C(\phi_1)$ можно построить путем либо численного, либо графического интегрирования зависимости $M_\Pi^C(\phi_1)$.

Используем численное интегрирование по методу трапеций, согласно которому

$$A_{Ci} = A_{C(i-1)} + \frac{M_{\Pi(i-1)}^C + M_{\Pi i}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1,$$

где $\Delta\varphi_1$ – шаг интегрирования.

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi}{12} = 0,5236 \text{ рад.}$$

В результате получаем:

$$A_{C1} = 0;$$

$$A_{C2} = A_{C1} + \frac{M_{\Pi 1}^C + M_{\Pi 2}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 0 + \frac{-1,4 + 67,5}{2} \cdot 0,5236 = 17,3 \text{ Дж};$$

$$A_{C3} = A_{C2} + \frac{M_{\Pi 2}^C + M_{\Pi 3}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 17,3 + \frac{67,5 + 111,8}{2} \cdot 0,5236 = 64,2 \text{ Дж};$$

$$A_{C4} = A_{C3} + \frac{M_{\Pi 3}^C + M_{\Pi 4}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 64,2 + \frac{111,8 + 117,7}{2} \cdot 0,5236 = 124,3 \text{ Дж};$$

$$A_{C5} = A_{C4} + \frac{M_{\Pi 4}^C + M_{\Pi 5}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 124,3 + \frac{117,7 + 90,3}{2} \cdot 0,5236 = 178,8 \text{ Дж};$$

$$A_{C6} = A_{C5} + \frac{M_{\Pi 5}^C + M_{\Pi 6}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 178,8 + \frac{90,3 + 46,4}{2} \cdot 0,5236 = 214,6 \text{ Дж};$$

$$A_{C7} = A_{C6} + \frac{M_{\Pi 6}^C + M_{\Pi 7}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 214,6 + \frac{46,4 - 2,0}{2} \cdot 0,5236 = 226,2 \text{ Дж};$$

$$A_{C8} = A_{C7} + \frac{M_{\Pi 7}^C + M_{\Pi 8}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 226,2 + \frac{-2,0 - 49,2}{2} \cdot 0,5236 = 212,8 \text{ Дж};$$

$$A_{C9} = A_{C8} + \frac{M_{\Pi 8}^C + M_{\Pi 9}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 212,8 + \frac{-49,2 - 89,4}{2} \cdot 0,5236 = 176,5 \text{ Дж};$$

$$A_{C10} = A_{C9} + \frac{M_{\Pi9}^C + M_{\Pi10}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 176,5 + \frac{-89,4 + 1385}{2} \cdot 0,5236 = 515,7 \text{ Дж};$$

$$A_{C11} = A_{C10} + \frac{M_{\Pi10}^C + M_{\Pi11}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 515,7 + \frac{1385 + 1799}{2} \cdot 0,5236 = 1349 \text{ Дж};$$

$$A_{C12} = A_{C11} + \frac{M_{\Pi11}^C + M_{\Pi12}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 1349 + \frac{1799 + 745}{2} \cdot 0,5236 = 2015 \text{ Дж};$$

$$A_{C13} = A_{C12} + \frac{M_{\Pi12}^C + M_{\Pi13}^C}{2} \cdot \Delta\varphi_1 = 2015 + \frac{745 - 1,4}{2} \cdot 0,5236 = 2210 \text{ Дж}.$$

Таким образом, работа сил сопротивления за цикл $A_{CЦ} = A_{C13} = 2210 \text{ Дж}$.

Для построения графика $A_C(\varphi_1)$ принимаем масштабный коэффициент работ $\mu_A = 20 \text{ Дж/мм}$. Тогда ординаты графика $A_C(\varphi_1)$

$$y_{A_C} = \frac{A_C}{\mu_A}.$$

Например, для положения 11

$$y_{A_C} = \frac{1349}{20} = 67,5 \text{ мм}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 2.6, на основании которой построен график $A_C(\varphi_1)$.

Так как за цикл установившегося движения изменение кинетической энергии машины $\Delta T = A_D - A_C = 0$ и, следовательно, работы движущих сил и сил сопротивления равны ($A_{ДЦ} = A_{CЦ}$), то, учитывая, что приведенный момент движущих сил принимается постоянным $M_{\Pi}^D = \text{const}$, график работы движущих сил $A_D(\varphi_1)$ изображается в виде прямой линии, соединяющей начало координат и конец графика $A_C(\varphi_1)$.

Таблица 2.6

Результаты определения работы сил сопротивления

| № пол. | $A_C, \text{Дж}$ | $y_{A_C}, \text{мм}$ |
|--------|------------------|----------------------|
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 17,3 | 0,9 |
| 3 | 64,2 | 3,2 |
| 4 | 124,3 | 6,2 |
| 5 | 178,8 | 8,9 |
| 6 | 214,6 | 10,7 |
| 7 | 226,2 | 11,3 |
| 8 | 212,8 | 10,6 |
| 9 | 176,5 | 8,8 |
| 10 | 515,7 | 25,8 |
| 11 | 1349 | 67,5 |
| 12 | 2015 | 100,8 |
| 13 | 2210 | 110,5 |

2.8. Определение приведенного момента движущих сил M_{Π}^{Δ}

Так как работа движущих сил за цикл $A_{ДЦ} = M_{\Pi}^{\Delta} \cdot 2\pi$, то приведенный момент движущих сил равен

$$M_{\Pi}^{\Delta} = \frac{A_{ДЦ}}{2\pi} = \frac{A_{СЦ}}{2\pi} = \frac{2210}{2\pi} = 352 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Ордината графика $M_{\Pi}^{\Delta} = \text{const}$ равна

$$y_{M_{\Pi}^{\Delta}} = \frac{M_{\Pi}^{\Delta}}{\mu_M} = \frac{352}{20} = 17,6 \text{ мм.}$$

2.9. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции I_{Π}^H

Переменная составляющая приведенного момента инерции I_{Π}^H определяется из равенства кинетических энергий, согласно которому кинетическая энергия звена приведения с моментом инерции I_{Π}^H равна сумме кинетических энергий звеньев 2 и 3:

$$\frac{I_{\Pi}^H \omega_1^2}{2} = \frac{m_2 V_{S2}^2}{2} + \frac{I_{S2} \omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_B^2}{2},$$

откуда

$$I_{\Pi}^H = A + B + C,$$

где $A = m_2 i_{S21}^2$, $B = I_{S2} i_{21}^2$, $C = m_3 i_{31}^2$.

Например, для положения 11

$$A = 29,4 \cdot 0,0962^2 = 0,2721 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$B = 0,882 \cdot 0,1038^2 = 0,0095 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$C = 88,2 \cdot 0,0954^2 = 0,8027 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{\Pi}^H = 0,2721 + 0,0095 + 0,8027 = 1,084 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Принимаем масштабный коэффициент $\mu_I = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{мм}$.

Тогда ординаты графиков для положения 11 равны

$$y_I = \frac{I_{\Pi}^H}{\mu_I} = \frac{1,084}{0,01} = 108,4 \text{ мм};$$

$$y_A = \frac{A}{\mu_I} = \frac{0,2721}{0,01} = 27,2 \text{ мм};$$

$$y_B = \frac{B}{\mu_I} = \frac{0,0095}{0,01} \approx 1 \text{ мм};$$

$$y_C = \frac{C}{\mu_I} = \frac{0,8027}{0,01} = 80,3 \text{ мм}.$$

Результаты вычислений для всех положений приведены в табл. 2.7, на основании которой построены графики $I_{\Pi}^H(\varphi_1)$ и ее составляющих A, B, C .

2.10. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции I_{Π}^I и момента инерции маховика I_M

Путем графического вычитания ординат работ A_D и A_C строим график изменения кинетической энергии машины $\Delta T = A_D - A_C$. Масштабный коэффициент $\mu_T = \mu_A = 20 \text{ Дж/мм}$.

Определение I_{Π}^I производим методом Н. И. Мерцалова. Для этого строим график изменения кинетической энергии $\Delta T_I(\varphi_1)$ звеньев с постоянным приведенным моментом инерции I_{Π}^I .

При этом

$$\Delta T_I = \Delta T - T_H,$$

где $T_H \approx \frac{I_{\Pi}^H \omega_{1cp}^2}{2}$ – кинетическая энергия звеньев с переменным приведенным моментом инерции I_{Π}^H .

Таблица 2.7

Результаты определения переменной составляющей приведенного момента инерции
и ее составляющих

| № пол. | A , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ | B , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ | C , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ | I_{II}^{II} , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ | y_A , мм | y_B , мм | y_C , мм | y_I , мм |
|--------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|------------|------------|------------|------------|
| 1 | 0,1242 | 0,05 | 0 | 0,174 | 12,4 | 5,0 | 0 | 17,4 |
| 2 | 0,1733 | 0,042 | 0,3327 | 0,548 | 17,3 | 4,2 | 33,3 | 54,8 |
| 3 | 0,2701 | 0,017 | 0,8773 | 1,165 | 27,0 | 1,7 | 87,7 | 116,5 |
| 4 | 0,2986 | 0 | 0,9251 | 1,224 | 29,9 | 0 | 92,5 | 122,4 |
| 5 | 0,2369 | 0,01 | 0,5109 | 0,758 | 23,7 | 1,0 | 51,1 | 75,8 |
| 6 | 0,1572 | 0,036 | 0,1210 | 0,314 | 15,7 | 3,6 | 12,1 | 31,4 |
| 7 | 0,1239 | 0,05 | 0,0012 | 0,175 | 12,4 | 5,0 | 0,1 | 17,5 |
| 8 | 0,1553 | 0,041 | 0,1593 | 0,355 | 15,5 | 4,1 | 15,9 | 35,5 |
| 9 | 0,2301 | 0,016 | 0,5196 | 0,765 | 23,0 | 1,6 | 52,0 | 76,6 |
| 10 | 0,2907 | 0 | 0,9575 | 1,148 | 29,1 | 0 | 85,8 | 114,8 |
| 11 | 0,2721 | 0,009 | 0,8027 | 1,084 | 27,2 | 0,9 | 80,3 | 108,4 |
| 12 | 0,1823 | 0,034 | 0,3150 | 0,531 | 18,2 | 3,4 | 31,5 | 53,1 |
| 13 | 0,1242 | 0,05 | 0 | 0,174 | 12,4 | 5,0 | 0 | 17,4 |

Тогда

$$y_{\Delta T_I} = y_{\Delta T} - k y_I,$$

где $y_{\Delta T_I}$, $y_{\Delta T}$, y_I – ординаты соответствующих графиков;

$$k = \frac{\mu_I \omega_{1cp}^2}{2 \mu_T},$$

где ω_{1cp} – средняя угловая скорость кривошипа 1, равная

$$\omega_{1cp} = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 120}{30} = 12,57 \text{ рад/с.}$$

Тогда

$$k = \frac{0,01 \cdot 12,57^2}{2 \cdot 20} = 0,0395.$$

Например, для положения 11

$$y_{\Delta T_I} = 21,9 - 4,3 = 17,6 \text{ мм.}$$

Результаты определения ординат $y_{\Delta T_I}$ приведены в табл. 2.8, на основании которой построен график $\Delta T_I(\varphi_1)$. На графике $\Delta T_I(\varphi_1)$ находим наибольший перепад кинетической энергии:

$$\Delta T_{Iab} = (ab) \mu_T = 66,5 \cdot 20 = 1330 \text{ Дж.}$$

Тогда

$$I_{\Pi}^I = \frac{\Delta T_{Iab}}{\delta \omega_{1cp}^2} = \frac{1330}{0,1 \cdot 12,57^2} = 84,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Таблица 2.8

Результаты определения ординат графиков изменений кинетических энергий $y_{\Delta T}$ и $y_{\Delta T_I}$

| № пол. | $y_{\Delta T}$, мм | $k y_I$, мм | $y_{\Delta T_I}$, мм |
|--------|---------------------|--------------|-----------------------|
| 1 | 0 | 0,7 | -0,7 |
| 2 | 8,1 | 2,2 | 5,9 |
| 3 | 14,6 | 4,6 | 10,0 |
| 4 | 20,5 | 4,8 | 15,7 |
| 5 | 26,6 | 3,0 | 23,6 |
| 6 | 33,8 | 1,2 | 32,6 |
| 7 | 42,2 | 0,7 | 41,5 |
| 8 | 51,8 | 1,4 | 50,4 |
| 9 | 62,6 | 3,0 | 59,6 |
| 10 | 55,8 | 4,5 | 51,3 |
| 11 | 21,9 | 4,3 | 17,6 |
| 12 | -2,6 | 2,1 | -4,7 |
| 13 | 0 | 0,7 | -0,7 |

Из условия равенства кинетических энергий находим приведенный момент инерции всех вращающихся звеньев (без маховика)

$$\begin{aligned}
 I_{\Pi}^0 &= I_0 + I_p^{\Pi} + I_{\text{пед}}^{\Pi} = I_0 + I_p \left(\frac{n_d}{n_1} \right)^2 + I_{\text{пед}}^{\Pi} = \\
 &= 0,1 + 0,05 \left(\frac{960}{120} \right)^2 + 2 = 5,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned}$$

Так как $I_{\Pi}^I > I_{\Pi}^0$, то требуется установка маховика, момент инерции которого при установке на кривошипном валу равен

$$I_M = I_{\Pi}^I - I_{\Pi}^0 = 84,2 - 5,3 = 78,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2.11. Определение закона движения звена приведения

График $\Delta T_I(\varphi_1)$ одновременно является приближенным графиком изменения угловой скорости $\Delta\omega_1(\varphi_1)$ звена приведения, причем

$$\Delta\omega_1 = \omega_1 - \omega_{1cp}.$$

Линия средней угловой скорости ω_{1cp} проходит посредине отрезка (ab) . Масштабный коэффициент угловой скорости

$$\mu_\omega = \frac{\omega_{1max} - \omega_{1min}}{ab} = \frac{\delta\omega_{1cp}}{ab} = \frac{0,1 \cdot 12,57}{66,5} = 0,0189 \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{мм}}.$$

Тогда для любого положения угловая скорость звена приведения (кривошипа 1)

$$\omega_1 = \omega_{1cp} + \Delta\omega_1 = \omega_{1cp} + y_{\Delta\omega} \cdot \mu_\omega,$$

где $y_{\Delta\omega}$ – ордината графика $\Delta\omega_1(\varphi_1)$, измеряемая от линии средней угловой скорости ω_{1cp} (с учетом знака).

Для положения 2

$$\omega_1 = 12,57 + (-22) \cdot 0,0189 = 12,15 \text{ рад/с.}$$

Для положения 11

$$\omega_1 = 12,57 + (-10) \cdot 0,0189 = 12,38 \text{ рад/с.}$$

Угловое ускорение ε_1 определяется из дифференциального уравнения движения:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{\Pi}^D - M_{\Pi}^C - \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1}}{I_{\Pi}^I + I_{\Pi}^{II}},$$

где производная $\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1}$ может быть получена методом графического дифференцирования:

$$\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} = \frac{\mu_I}{\mu_{\varphi}} \operatorname{tg} \alpha,$$

где α – угол наклона касательной к графику $I_{\Pi}^{II}(\varphi_1)$ в соответствующей точке.

Для положения 2

$$\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} = \frac{0,01}{0,0349} \operatorname{tg} 77^\circ = 1,24 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{352 - 67,5 - \frac{12,15^2}{2} \cdot 1,24}{84,2 + 0,548} = 2,28 \text{ рад/с}^2.$$

Для положения 11

$$\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} = \frac{0,01}{0,0349} \operatorname{tg} 112^\circ = -0,709 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{352 - 1799 - \frac{12,38^2}{2} \cdot (-0,709)}{84,2 + 1,084} = -16,3 \text{ рад/с}^2.$$

Так как $\varepsilon_1 < 0$, то направление ε_1 в положении 11 противоположно направлению ω_1 .

2.12. Выводы

Из анализа динамического исследования машины установлено:

1. Для обеспечения вращения звена приведения с заданным коэффициентом неравномерности вращения $\delta = 0,1$ необходимо, чтобы постоянная составляющая приведенного момента инерции I_{Π}^I была равна $I_{\Pi}^I = 84,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

2. Так как приведенный момент инерции всех вращающихся звеньев $I_{\Pi}^I > I_{\Pi}^0$, то на вал кривошипа необходимо установить маховик, момент инерции которого $I_M = 78,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

3. После установки маховика получены значения угловой скорости ω_1 и углового ускорения ε_1 в расчетных положениях.

3. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

3.1. Задачи динамического анализа механизма

Задачами динамического анализа механизма являются:

- 1) определение реакций в кинематических парах;
- 2) определение уравновешивающего (движущего) момента, действующего на вал кривошипа со стороны привода.

При этом известен закон движения в виде зависимостей $\omega_1(\phi_1)$ и $\varepsilon_1(\phi_1)$.

Указанные задачи решаются методом кинетостатики, который состоит в том, что уравнения движения записываются в форме уравнений равновесия (статики). Для этого к каждому подвижному звену механизма, наряду с реально действующими активными силами и реакциями связей, прикладываются силы инерции, после чего на основании принципа Даламбера составляются уравнения равновесия.

3.2. Графический метод

3.2.1. Кинематический анализ для положения 2

На основании п. 2.11 угловая скорость $\omega_1 = 12,15 \text{ рад/с}$ и угловое ускорение $\varepsilon_1 = 2,28 \text{ рад/с}^2$.

Скорость точки A

$$V_A = \omega_1 l_{OA} = 12,15 \cdot 0,1 = 1,215 \text{ м/с.}$$

Принимаем масштабный коэффициент $\mu_V = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$.

Тогда отрезок, изображающий V_A , равен

$$pa = \frac{V_A}{\mu_V} = \frac{1,215}{0,02} = 60,8 \text{ мм.}$$

Скорость $\bar{V}_A \perp OA$ и направлена в сторону вращения кривошипа.

Скорость точки B находим путем построения плана скоростей согласно векторным уравнениям

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA},$$

$$\bar{V}_B = \bar{V}_{B_0} + \bar{V}_{BB_0},$$

где $\bar{V}_{BA} \perp AB$ – скорость точки B при вращении звена 2 относительно точки A (относительная скорость), $\bar{V}_{B_0} = 0$ (точка B_0 направляющих ползуна неподвижна), $\bar{V}_{BB_0} \parallel y$ (вертикально).

Точку s_2 на плане скоростей находим по теореме подобия:

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 56 \cdot 0,35 = 19,6 \text{ мм.}$$

Находим на плане проекции точки s_2 – s_{2x} и s_{2y} .

Из плана скоростей находим:

$$V_B = (pb) \cdot \mu_V = 37,5 \cdot 0,02 = 0,75 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = (ps_2) \cdot \mu_V = 46,5 \cdot 0,02 = 0,93 \text{ м/с};$$

$$\dot{x}_{S_2} = (ps_{2x}) \cdot \mu_V = 35,5 \cdot 0,02 = 0,71 \text{ м/с};$$

$$\dot{y}_{S_2} = (ps_{2y}) \cdot \mu_V = 31 \cdot 0,02 = 0,62 \text{ м/с};$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{ab}{l_{AB}} \cdot \mu_V = \frac{56 \cdot 0,02}{0,42} = 2,67 \text{ рад/с.}$$

Направление угловой скорости ω_2 звена 2 получим, поместив вектор относительной скорости \bar{V}_{BA} (вектор $a\bar{b}$) в точку B и рассматривая поворот точки B относительно точки A .

Переходим к построению плана ускорений.

Ускорение точки A

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^t,$$

где \bar{a}_A^n – нормальное ускорение точки A , направленное от точки A к точке O ;

\bar{a}_A^t – касательное (тангенциальное) ускорение точки A , направленное перпендикулярно OA в сторону углового ускорения ε_1 .

$$a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 12,15^2 \cdot 0,1 = 14,8 \text{ м/с}^2;$$

$$a_A^t = |\varepsilon_1| l_{OA} = 2,28 \cdot 0,1 = 0,228 \text{ м/с}^2.$$

Принимаем масштабный коэффициент ускорений $\mu_a = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}$

и находим отрезки, изображающие \bar{a}_A^n и \bar{a}_A^t :

$$\pi n_1 = \frac{a_A^n}{\mu_a} = \frac{14,8}{0,2} = 74 \text{ мм};$$

$$n_1 a = \frac{a_A^t}{\mu_a} = \frac{0,228}{0,2} = 1,1 \text{ мм.}$$

Ускорение точки B находим путем построения плана ускорений согласно векторным уравнениям:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t,$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{B_0} + \bar{a}_{BB_0},$$

где \bar{a}_{BA}^n – нормальное относительное ускорение точки B по отношению к точке A , направленное от точки B к точке A ;

\bar{a}_{BA}^t – тангенциальное относительное ускорение, направленное перпендикулярно AB ; $\bar{a}_{B_0} = 0$, $\bar{a}_{BB_0} \parallel y$ (вертикально).

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 2,67^2 \cdot 0,42 = 2,99 \text{ м/с}^2.$$

Отрезок, изображающий \bar{a}_{BA}^n , равен

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{2,99}{0,2} = 15 \text{ мм.}$$

Точку s_2 на плане ускорений находим на основании теоремы подобия:

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 32 \cdot 0,35 = 11,2 \text{ мм.}$$

Находим на плане проекции точки s_2 – s_{2x} и s_{2y} .

Из плана ускорений находим:

$$a_B = (\pi b) \cdot \mu_a = 76 \cdot 0,2 = 15,2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S_2} = (\pi s_2) \cdot \mu_a = 73 \cdot 0,2 = 14,6 \text{ м/с}^2;$$

$$\ddot{x}_{S_2} = (\pi s_{2x}) \cdot \mu_a = 20 \cdot 0,2 = 4 \text{ м/с}^2;$$

$$\ddot{y}_{S_2} = (\pi s_{2y}) \cdot \mu_a = 70 \cdot 0,2 = 14 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^t}{l_{AB}} = \frac{n_2 b}{l_{AB}} \cdot \mu_a = \frac{28,5 \cdot 0,2}{0,42} = 13,6 \text{ рад/с}^2.$$

Направление углового ускорения ε_2 звена 2 получим, поместив вектор тангенциального ускорения \bar{a}_{BA}^t (вектор $n_2\bar{b}$) в точку B и рассматривая поворот точки B относительно точки A .

3.2.2. Кинематический анализ для положения 11

Расчет и построения выполняются аналогично.

$$\omega_1 = 12,38 \text{ рад/с}, \quad \varepsilon_1 = -16,3 \text{ рад/с}^2.$$

$$V_A = \omega_1 l_{OA} = 12,38 \cdot 0,1 = 1,238 \text{ м/с.}$$

$$pa = \frac{V_A}{\mu_V} = \frac{1,238}{0,02} = 61,9 \text{ мм.}$$

$$as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 27 \cdot 0,35 = 9,5 \text{ мм.}$$

$$V_B = (pb) \cdot \mu_V = 59 \cdot 0,02 = 1,18 \text{ м/с.}$$

$$V_{S_2} = (ps_2) \cdot \mu_V = 59,5 \cdot 0,02 = 1,19 \text{ м/с.}$$

$$\dot{x}_{S_2} = (ps_{2x}) \cdot \mu_V = 17,5 \cdot 0,02 = 0,35 \text{ м/с.}$$

$$\dot{y}_{S_2} = (ps_{2y}) \cdot \mu_V = 57 \cdot 0,02 = 1,14 \text{ м/с.}$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{ab}{l_{AB}} \cdot \mu_V = \frac{27 \cdot 0,02}{0,42} = 1,29 \text{ рад/с.}$$

$$a_A^n = \omega_1^2 l_{OA} = 12,38^2 \cdot 0,1 = 15,3 \text{ м/с}^2.$$

$$a_A^t = |\varepsilon_1| l_{OA} = 16,3 \cdot 0,1 = 1,63 \text{ м/с}^2.$$

$$\pi n_1 = \frac{a_A^n}{\mu_a} = \frac{15,3}{0,2} = 76,5 \text{ мм.}$$

$$n_1 a = \frac{a_A^t}{\mu_a} = \frac{1,63}{0,2} = 8,2 \text{ мм.}$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB} = 1,29^2 \cdot 0,42 = 0,699 \text{ м/с}^2.$$

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{0,699}{0,2} = 3,5 \text{ мм.}$$

$$as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 65,5 \cdot 0,35 = 22,9 \text{ мм.}$$

$$a_B = (\pi b) \cdot \mu_a = 36 \cdot 0,2 = 7,2 \text{ м/с}^2.$$

$$a_{S_2} = (\pi s_2) \cdot \mu_a = 58 \cdot 0,2 = 11,6 \text{ м/с}^2.$$

$$\ddot{x}_{S_2} = (\pi s_{2x}) \cdot \mu_a = 43 \cdot 0,2 = 8,6 \text{ м/с}^2.$$

$$\ddot{y}_{S_2} = (\pi s_{2y}) \cdot \mu_a = 39 \cdot 0,2 = 7,8 \text{ м/с}^2.$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^t}{l_{AB}} = \frac{n_2 b}{l_{AB}} \cdot \mu_a = \frac{65,5 \cdot 0,2}{0,42} = 31,2 \text{ рад/с}^2.$$

3.2.3. Силовой анализ для положения 2

Определяем силы и моменты сил инерции звеньев:

$$F_{I1} = m_1 a_{S1} = 0,$$

так как $a_{S1} = 0$, (центр масс S_1 находится на оси вращения и является неподвижным);

$$F_{I2} = m_2 a_{S2} = 29,4 \cdot 14,6 = 429 \text{ Н};$$

$$F_{I3} = m_3 a_B = 88,2 \cdot 15,2 = 1341 \text{ Н};$$

$$M_{II1} = I_{\Pi}^I |\varepsilon_1| = 84,2 \cdot 2,28 = 192 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{II2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 0,882 \cdot 13,6 = 12 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Силы инерции приложены в центрах масс и направлены противоположно ускорениям центров масс звеньев. Моменты сил инерции направлены противоположно угловым ускорениям звеньев.

Отделяем от механизма статически определимую структурную группу (2,3). В точке B приложена реакция $\bar{F}_{30} \perp y$, а в точке A – реакция \bar{F}_{21} , которую раскладываем на нормальную составляющую \bar{F}_{21}^n , направленную вдоль звена AB , и тангенциальную составляющую \bar{F}_{21}^t , направленную перпендикулярно AB .

Составляющую \bar{F}_{21}^t находим из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки B :

$$\Sigma M_B = 0 \quad \text{или} \quad \Sigma M_B = \frac{M_{II2}}{\mu_S} + F_{II2} h_{II2} + G_2 h_2 - F_{21}^t AB = 0,$$

откуда

$$F_{21}^t = \frac{\frac{M_{II2}}{\mu_S} + F_{II2} h_{II2} + G_2 h_2}{AB} = \frac{\frac{12}{0,002} + 429 \cdot 66 + 288 \cdot 28}{210} = 202 \text{ Н.}$$

Плечи сил h_{II2} , h_2 , AB берутся непосредственно из чертежа измерением в миллиметрах.

Примечание. Если окажется, что $\bar{F}_{21}^t < 0$, то первоначально принятное направление \bar{F}_{21}^t следует изменить на противоположное.

Составляющую \bar{F}_{21}^n , полную реакцию \bar{F}_{21} и реакцию \bar{F}_{30} находим путем построения плана сил согласно уравнению равновесия группы, записанному в соответствии с принципом Даламбера:

$$\bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^t + \bar{F}_{I2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{I3} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{30} = 0.$$

Принимаем масштабный коэффициент сил $\mu_F = 20$ Н/мм и находим отрезки, изображающие все известные силы:

$$[1-2] = \frac{F_{21}^t}{\mu_F} = \frac{202}{20} = 10,1 \text{ мм}, \quad [2-3] = \frac{F_{I2}}{\mu_F} = \frac{429}{20} = 21,5 \text{ мм},$$

$$[3-4] = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{288}{20} = 14,4 \text{ мм}, \quad [4-5] = \frac{F_{I3}}{\mu_F} = \frac{1341}{20} = 67,1 \text{ мм},$$

$$[5-6] = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{865}{20} = 43,3 \text{ мм.}$$

В соответствии с векторным уравнением последовательно откладываем отрезки $[1-2]$, $[2-3]$, и т. д. в направлении соответствующих сил. Затем из точки 1 проводим направление реакции \bar{F}_{21}^n , а из точки 6 – направление реакции \bar{F}_{30} . В пересечении этих направлений получаем точку 7, и многоугольник сил оказывается замкнутым.

Из плана сил находим:

$$F_{21}^n = [7-1] \mu_F = 148 \cdot 20 = 2960 \text{ Н},$$

$$F_{21} = [7-2] \mu_F = 148,5 \cdot 20 = 2970 \text{ Н},$$

$$F_{30} = [6-7] \mu_F = 25,5 \cdot 20 = 510 \text{ Н.}$$

Реакцию \bar{F}_{23} , действующую на звено 2 со стороны звена 3, определяем из уравнения равновесия звена 2, используя при этом построенный план сил группы:

$$\bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^t + \bar{F}_{I2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{23} = 0.$$

$$F_{23} = [4 - 7] \mu_F = 113 \cdot 20 = 2260 \text{ Н.}$$

Далее рассматриваем начальное звено – кривошип 1. В точке A приложена реакция $\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$, а в точке O – реакция \bar{F}_{10} , которую находим путем построения плана сил согласно уравнению равновесия:

$$\bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{10} = 0.$$

$$[1-2] = \frac{F_{12}}{\mu_F} = \frac{2970}{20} = 148,5 \text{ мм}, \quad [2-3] = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{491}{20} = 24,6 \text{ мм.}$$

Тогда

$$F_{10} = [3-1] \mu_F = 171 \cdot 20 = 3420 \text{ Н.}$$

Уравновешивающий (движущий) момент M_y находим из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 1, относительно точки O :

$$\Sigma M_0 = F_{12} h_1 \mu_S + M_{I1} - M_y = 0,$$

откуда

$$M_y = F_{12} h_1 \mu_S + M_{I1} = 2970 \cdot 26,5 \cdot 0,002 + 192 = 349,41 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

3.2.4. Силовой анализ для положения 11

Расчет и построения выполняются аналогично.

$$F_{I1} = m_1 a_{S1} = 0.$$

$$F_{I2} = m_2 a_{S2} = 29,4 \cdot 11,6 = 341 \text{ Н.}$$

$$F_{I3} = m_3 a_B = 88,2 \cdot 7,2 = 635 \text{ H.}$$

$$M_{I1} = I_{\Pi}^I |\varepsilon_1| = 84,2 \cdot 16,3 = 1372 \text{ H} \cdot \text{м.}$$

$$M_{I2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 0,882 \cdot 31,2 = 27,5 \text{ H} \cdot \text{м.}$$

$$\sum M_B = \frac{M_{I2}}{\mu_S} + F_{I2} h_{I2} + G_2 h_2 - F_{21}^t AB = 0.$$

$$F_{21}^t = \frac{\frac{M_{I2}}{\mu_S} + F_{I2} h_{I2} + G_2 h_2 - \frac{27,5}{0,002} + 341 \cdot 105 + 288 \cdot 17}{AB} = \frac{210}{210} = 259 \text{ H.}$$

$$\bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^t + \bar{F}_{I2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{I3} + \bar{G}_3 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{30} = 0.$$

Масштабный коэффициент сил $\mu_F = 100 \text{ H/mm.}$

$$[1-2] = \frac{F_{21}^t}{\mu_F} = \frac{259}{100} = 2,6 \text{ mm,} \quad [2-3] = \frac{F_{I2}}{\mu_F} = \frac{341}{100} = 3,4 \text{ mm,}$$

$$[3-4] = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{288}{100} = 2,9 \text{ mm,} \quad [4-5] = \frac{F_{I3}}{\mu_F} = \frac{635}{100} = 6,4 \text{ mm,}$$

$$[5-6] = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{865}{100} = 8,7 \text{ mm,} \quad [6-7] = \frac{F_3}{\mu_F} = \frac{20\,000}{100} = 200 \text{ mm.}$$

$$F_{21}^n = [8-1] \mu_F = 181 \cdot 100 = 18\,100 \text{ H.}$$

$$F_{21} = [8-2] \mu_F = 181,5 \cdot 100 = 18\,150 \text{ H.}$$

$$F_{30} = [7-8] \mu_F = 22 \cdot 100 = 2200 \text{ H.}$$

$$F_{23} = [4 - 8] \mu_F = 186 \cdot 100 = 18\,600 \text{ Н.}$$

$$\bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{10} = 0.$$

$$[1-2] = \frac{F_{12}}{\mu_F} = \frac{18\,150}{100} = 181,5 \text{ мм}, \quad [2-3] = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{491}{100} = 4,9 \text{ мм.}$$

$$F_{10} = [3-1] \mu_F = 176,5 \cdot 100 = 17\,650 \text{ Н.}$$

$$\sum M_0 = F_{12} h_1 \mu_S - M_{II1} - M_Y = 0.$$

$$M_Y = F_{12} h_1 \mu_S - M_{II1} = 18\,150 \cdot 47,5 \cdot 0,002 - 1372 = 352 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

3.3. Аналитический метод

3.3.1. Кинематический анализ

В соответствии с алгоритмом расчета, приведенным в пособии [1], выполняем расчет скоростей и ускорений точек и звеньев для контрольного положения 11. При этом используем результаты, полученные в п. 2.3.3.

$$\omega_2 = i_{21} \omega_1 = -0,1036 \cdot 12,38 = -1,283 \text{ рад/с.}$$

$$V_B = i_{31} \omega_1 = -0,0954 \cdot 12,38 = -1,181 \text{ м/с.}$$

$$\dot{x}_{S_2} = x'_{S_2} \omega_1 = 0,0281 \cdot 12,38 = 0,348 \text{ м/с.}$$

$$\dot{y}_{S_2} = y'_{S_2} \omega_1 = -0,092 \cdot 12,38 = 1,139 \text{ м/с.}$$

$$\varepsilon_2 = i'_{21} \omega_1^2 + i_{21} \varepsilon_1 = -0,215 \cdot 12,38^2 + (-0,1036) \cdot (-16,3) = -31,2 \text{ рад/с}^2.$$

$$a_B = i_{31}' \omega_1^2 + i_{31} \varepsilon_1 = 0,0369 \cdot 12,38^2 + (-0,0954) \cdot (-16,3) = 7,21 \text{ м/с}^2.$$

$$\ddot{x}_{S_2} = x_{S_2}'' \omega_1^2 + x_{S_2}' \varepsilon_1 = 0,0586 \cdot 12,38^2 + 0,0281 \cdot (-16,3) = 8,52 \text{ м/с}^2.$$

$$\ddot{y}_{S_2} = y_{S_2}'' \omega_1^2 + y_{S_2}' \varepsilon_1 = 0,041 \cdot 12,38^2 + (-0,092) \cdot (-16,3) = 7,78 \text{ м/с}^2.$$

$$V_{S_2} = \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2} = \sqrt{0,348^2 + 1,139^2} = 1,19 \text{ м/с.}$$

$$a_{S_2} = \sqrt{\ddot{x}_{S_2}^2 + \ddot{y}_{S_2}^2} = \sqrt{8,52^2 + 7,78^2} = 11,5 \text{ м/с}^2.$$

3.3.2. Силовой анализ

В соответствии с алгоритмом расчета, приведенным в пособии [1], выполняем силовой анализ для контрольного положения 11. Расчетные схемы для силового анализа структурной группы (2,3) и крикошипа 1 приведены на рис. 3.1. При этом используются результаты, полученные в п. 2.3.3.

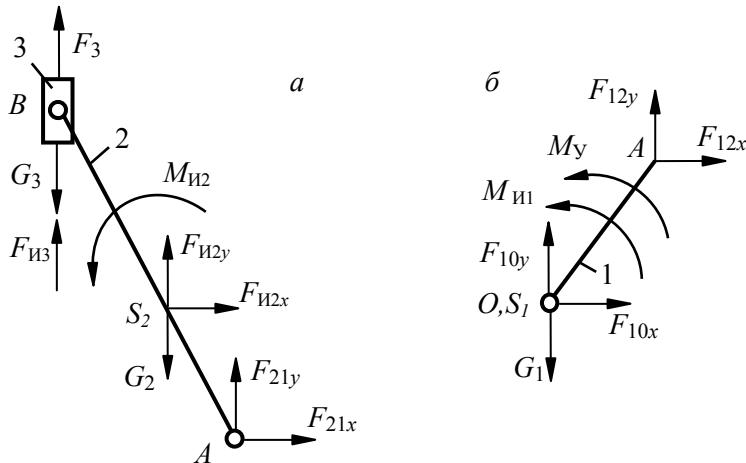


Рис. 3.1. Расчетные схемы для силового анализа структурной группы (2,3) и крикошипа 1

1. $M_{I1} = -I_{\Pi}^I \varepsilon_1 = -84,2 \cdot (-16,3) = 1372 \text{ H} \cdot \text{м.}$
2. $F_{I2x} = -m_2 \ddot{x}_{S_2} = -29,4 \cdot 8,52 = -250 \text{ H.}$
3. $F_{I2y} = -m_2 \ddot{y}_{S_2} = -29,4 \cdot 7,78 = -229 \text{ H.}$
4. $F_{I3} = -m_3 a_B = -88,2 \cdot 7,21 = -636 \text{ H.}$
5. $M_{I2} = -I_{S_2} \varepsilon_2 = -0,882 \cdot (-31,2) = 27,5 \text{ H} \cdot \text{м.}$
6. $F_{21y} = -(F_{I2y} + F_{I3} + F_3) + G_2 + G_3 =$
 $= -(-229 - 636 + 20\ 000) + 288 + 865 = -17\ 982 \text{ H.}$
7. $F_{21x} = [(x_A - x_B)F_{21y} + (x_{S_2} - x_B)(F_{I2y} - G_2) - (y_{S_2} - y_B) \times$
 $\times F_{I2x} + M_{I2}] / (y_A - y_B) = [(-0,09018 + 0,04) \cdot (-17\ 982) + (-0,07261 +$
 $+ 0,04) \cdot (-229 - 288) - (-0,1892 + 0,4602) \cdot (-250) + 27,5] / (-0,04321 +$
 $+ 0,4602) = 2422 \text{ H.}$
8. $F_{30} = -F_{21x} - F_{I2y} = -2422 + 229 = -2193 \text{ H.}$
9. $F_{12x} = -F_{21x} = -2422 \text{ H.}$
10. $F_{12y} = -F_{21y} = 17\ 982 \text{ H.}$
11. $F_{23x} = -F_{21x} - F_{I2x} = -2422 + 250 = -2172 \text{ H.}$
12. $F_{23y} = -F_{21y} - F_{I2y} + G_2 = 17\ 982 + 229 + 288 = 18\ 499 \text{ H.}$
13. $M_y = -x_A F_{12y} + y_A F_{12x} - M_{I1} = 0,09018 \cdot 17982 - 0,04321 \times$
 $\times (-2422) - 1372 = 354 \text{ H} \cdot \text{м.}$
14. $F_{10x} = -F_{12x} = 2422 \text{ H.}$
15. $F_{10y} = -F_{12y} + G_1 = -17\ 982 + 491 = -17\ 491 \text{ H.}$
16. $F_{10} = \sqrt{F_{10x}^2 + F_{10y}^2} = \sqrt{2422^2 + (-17\ 491)^2} = 17\ 658 \text{ H.}$
17. $F_{21} = \sqrt{F_{21x}^2 + F_{21y}^2} = \sqrt{2422^2 + (-17982)^2} = 18\ 144 \text{ H.}$
18. $F_{23} = \sqrt{F_{23x}^2 + F_{23y}^2} = \sqrt{(-2172)^2 + 18\ 499^2} = 18\ 626 \text{ H.}$

Сопоставление результатов расчетов для положения 11 приведено в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Сопоставление результатов силового расчета
для положения 11

| Параметр | Ед. изм. | Графический метод | Аналитический метод |
|----------|-------------|-------------------|---------------------|
| F_{10} | Н | 17650 | 17658 |
| F_{21} | Н | 18150 | 18144 |
| F_{23} | Н | 2200 | -2193 |
| F_{30} | Н | 18600 | 18626 |
| M_y | Н·м | 352 | 354 |

4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

4.1. Задачи проектирования

Задачами проектирования кулачкового механизма являются:

- 1) определение основных размеров из условия ограничения угла давления;
- 2) построение профиля кулачка, обеспечивающего заданный закон движения толкателя.

Примечание. Для механизма с тарельчатым толкателем основные размеры определяются из условия выпуклости профиля кулачка.

4.2. Определение кинематических характеристик

Фазовые углы поворота кулачка

$$\varphi_y = 80^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 80 = 1,3963 \text{ рад};$$

$$\varphi_{DC} = 20^\circ;$$

$$\varphi_B = 80^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 80 = 1,3963 \text{ рад.}$$

Для определения перемещения толкателя S , аналога скорости толкателя S' , аналога ускорения толкателя S'' используем аналитические зависимости [2] для соответствующих законов движения. Так как на фазе удаления толкатель движется по треугольному закону, то расчетные формулы имеют вид:

$$S_y'' = \begin{cases} 32k \frac{h}{\varphi_y^2} & \text{при } 0 \leq k \leq 0,25, \\ 16(1-2k) \frac{h}{\varphi_y^2} & \text{при } 0,25 \leq k \leq 0,75, \\ 32(k-1) \frac{h}{\varphi_y^2} & \text{при } 0,75 \leq k \leq 1. \end{cases}$$

$$S_y' = \begin{cases} 16k^2 \frac{h}{\varphi_y} \text{ при } 0 \leq k \leq 0,25, \\ \left[16k(1-k) - 2 \right] \frac{h}{\varphi_y} \text{ при } 0,25 \leq k \leq 0,75, \\ 16(1-k)^2 \frac{h}{\varphi_y} \text{ при } 0,75 \leq k \leq 1. \end{cases}$$

$$S_y = \begin{cases} \frac{16k^3 h}{3} \text{ при } 0 \leq k \leq 0,25, \\ \left[\frac{1}{6} - 2k(1-4k) - \frac{16k^3}{3} \right] h \text{ при } 0,25 \leq k \leq 0,75, \\ \left[1 - \frac{16(1-k)^3}{3} \right] h \text{ при } 0,75 \leq k \leq 1, \end{cases}$$

где $k = \frac{\varphi_i}{\varphi_y}$ – позиционный коэффициент (отношение текущего угла поворота кулачка φ_i к фазовому углу φ_y), изменяющийся от 0 до 1.

На фазе возвращения (косинусоидальный закон изменения аналога ускорения толкателя):

$$S_B^{/\!/} = \frac{\pi^2 h}{2\varphi_B^2} \cos(\pi k);$$

$$S_B' = -\frac{\pi h}{2\varphi_B} \sin(\pi k);$$

$$S_B = \frac{h}{2} [1 - \cos(\pi k)],$$

где $k = \frac{\varphi_i}{\varphi_B}$ – позиционный коэффициент ($0 \leq k \leq 1$), причем на фазе возвращения отсчет коэффициента k должен производиться с конца фазы. Значения углов φ_U и φ_B подставляются в радианах.

Выполняем расчет кинематических характеристик для положений $i = 6$ и $i = 15$.

Для положения 6 (фаза удаления):

$$\varphi_6 = \frac{\varphi_U}{8}(i-1) = \frac{80}{8}(6-1) = 50^\circ,$$

$$k_6 = \frac{i-1}{8} = \frac{6-1}{8} = 0,625.$$

При $k_6 = 0,625$ используется формула для участка $0,25 \leq k \leq 0,75$:

$$S_6^{/\!/} = \frac{16 \cdot 0,06(1 - 2 \cdot 0,625)}{1,3963^2} = -0,1231 \text{ м},$$

$$S_6^/ = \frac{0,06 [16 \cdot 0,625(1 - 0,625) - 2]}{1,3963} = 0,0752 \text{ м},$$

$$S_6 = 0,06 \left[\frac{1}{6} - 2 \cdot 0,625 \cdot (1 - 4 \cdot 0,625) - \frac{16 \cdot 0,625^3}{3} \right] = 0,04437 \text{ м}.$$

Для положения 15 (фаза возвращения):

$$\varphi_{15} = \varphi_U + \varphi_{DC} + \frac{\varphi_B}{8}(i-10) = 80 + 20 + \frac{80}{8}(15-10) = 150^\circ,$$

$$k_{15} = \frac{18-i}{8} = \frac{18-15}{8} = 0,375,$$

$$S_{15}^{/\!/} = -\frac{\pi^2 \cdot 0,06}{2 \cdot 1,3963^2} \cos(\pi \cdot 0,375) = 0,05812 \text{ м};$$

$$S_{15}^{/'} = -\frac{\pi \cdot 0,06}{2 \cdot 1,3963} \sin(\pi \cdot 0,375) = -0,06236 \text{ м};$$

$$S_{15} = \frac{0,06}{2} [1 - \cos(\pi \cdot 0,375)] = 0,01852 \text{ м.}$$

Результаты определения $S^{/\!/}$, $S^{'}$, S приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Результаты определения кинематических характеристик $S^{/\!/}$, $S^{'}$, S

| Фаза | № пол. | k | φ | | $S^{/\!/}$, м | $S^{'}$, м | S , м |
|-------------|-----------|-----|-----------|--------|----------------|-------------|---------|
| | | | град | рад | | | |
| удаления | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 2 | 1/8 | 10 | 0,1745 | 0,1231 | 0,01074 | 0,00063 |
| | 3 | 2/8 | 20 | 0,3491 | 0,2462 | 0,04297 | 0,005 |
| | 4 | 3/8 | 30 | 0,5236 | 0,1231 | 0,07520 | 0,01563 |
| | 5 | 4/8 | 40 | 0,6981 | 0 | 0,08594 | 0,03 |
| | 6 | 5/8 | 50 | 0,8727 | -0,1231 | 0,07520 | 0,04437 |
| | 7 | 6/8 | 60 | 1,0472 | -0,2462 | 0,04297 | 0,055 |
| | 8 | 7/8 | 70 | 1,2217 | -0,1231 | 0,01074 | 0,05937 |
| | 9 | 1 | 80 | 1,3963 | 0 | 0 | 0,06 |
| возвращения | 10 | 1 | 80 | 1,3963 | -0,1519 | 0 | 0,06 |
| | 11 | 7/8 | 70 | 1,2217 | -0,1403 | -0,0258 | 0,05772 |
| | 12 | 6/8 | 60 | 1,0472 | -0,1074 | -0,0477 | 0,05121 |
| | 13 | 5/8 | 50 | 0,8727 | -0,0581 | -0,0624 | 0,04148 |
| | 14 | 4/8 | 40 | 0,6981 | 0 | -0,0675 | 0,03 |
| | 15 | 3/8 | 30 | 0,5236 | 0,0581 | -0,0624 | 0,01852 |
| | 16 | 2/8 | 20 | 0,3491 | 0,1074 | -0,0477 | 0,00879 |
| | 17 | 1/8 | 10 | 0,1745 | 0,1403 | -0,0258 | 0,00228 |
| | 18 | 0 | 0 | 0 | 0,1519 | 0 | 0 |

Для построения графиков $S(\varphi_1)$, $S'(\varphi_1)$, $S''(\varphi_1)$ принимаем масштабные коэффициенты $\mu_S = \mu_{S'} = 0,001 \text{ м/мм}$ и $\mu_{S''} = 0,003 \text{ м/мм}$.

Примечание. Равенство коэффициентов $\mu_S = \mu_{S'}$ обязательно для последующих построений.

Тогда ординаты графиков вычисляются как

$$y_{S''} = \frac{S''}{\mu_{S''}}; \quad y_{S'} = \frac{S'}{\mu_{S'}}; \quad y_S = \frac{S}{\mu_S}.$$

Например, для положения 6

$$y_{S''_6} = \frac{S''_6}{\mu_{S''}} = -\frac{0,1231}{0,003} = -41 \text{ мм};$$

$$y_{S'_6} = \frac{S'_6}{\mu_{S'}} = \frac{0,0752}{0,001} = 75,2 \text{ мм};$$

$$y_{S_6} = \frac{S_6}{\mu_S} = \frac{0,04437}{0,001} = 44,4 \text{ мм.}$$

Результаты определения ординат графиков для всех положений приведены в табл. 4.2, на основании которой построены графики.

Отрезок [1–18], изображающий на графиках рабочий угол $\varphi_P = \varphi_Y + \varphi_{DC} + \varphi_B = 80 + 20 + 80 = 180^\circ$, принимаем равным 270 мм. Тогда масштабный коэффициент

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_P}{[1-18]} = \frac{180}{270} = 0,6667 \text{ град/мм},$$

а отрезки, изображающие на графиках фазовые углы, соответственно равны:

$$[1-9] = \frac{\Phi_Y}{\mu_\phi} = \frac{80}{0,6667} = 120 \text{ мм};$$

$$[9-10] = \frac{\Phi_{DC}}{\mu_\phi} = \frac{20}{0,6667} = 30 \text{ мм};$$

$$[10-18] = \frac{\Phi_B}{\mu_\phi} = \frac{80}{0,6667} = 120 \text{ мм}.$$

Примечание. Если интервал $[9-10]$, соответствующий углу Φ_{DC} , получается большим, то на графиках его можно изобразить с разрывом.

Таблица 4.2

Результаты определения ординат графиков
кинематических характеристик

| № пол. | $y_{S//}$, мм | $y_{S^/}$, мм | y_S , мм |
|--------|----------------|----------------|------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 41,0 | 10,7 | 0,6 |
| 3 | 82,1 | 43,0 | 5,0 |
| 4 | 41,0 | 75,,2 | 15,6 |
| 5 | 0 | 85,9 | 30,0 |
| 6 | -41,0 | 75,2 | 44,4 |
| 7 | -82,1 | 43,0 | 55,0 |
| 8 | -41,0 | 10,7 | 59,4 |
| 9 | 0 | 0 | 60,0 |
| 10 | -50,6 | 0 | 60,0 |
| 11 | -46,8 | -25,8 | 57,7 |
| 12 | -35,8 | -47,7 | 51,2 |
| 13 | -19,4 | -62,4 | 41,5 |
| 14 | 0 | -67,5 | 30,0 |
| 15 | 19,4 | -62,4 | 18,5 |
| 16 | 35,8 | -47,7 | 8,8 |
| 17 | 46,8 | -25,8 | 2,3 |
| 18 | 50,6 | 0 | 0 |

4.3. Определение основных размеров кулачкового механизма

4.3.1. Графический метод

Минимальный радиус-вектор r_0 центрового профиля кулачка и эксцентризитет (смещение) e толкателя определяются из условия, что угол давления θ в проектируемом механизме во всех положениях не должен превышать максимально допустимой величины $\theta_{\max} = 30^\circ$.

Решение указанной задачи выполняем графическим методом. Для этого на основании графиков $S(\phi_1)$ и $S'(\phi_1)$ строим совмещенную диаграмму $S'(S)$, при этом ординаты S' откладываются повернутыми на 90° в сторону вращения кулачка. К построенным кривым слева и справа проводим касательные под углом $\theta_{\max} = 30^\circ$ к оси S . Ниже точки пересечения этих касательных находится зона, в которой можно выбирать центр вращения кулачка из условия $\theta_i \leq \theta_{\max}$. Наименьшие габариты механизма получаются, если центр вращения выбрать в точке пересечения касательных. Из чертежа находим

$$r_0 = OA_1 \cdot \mu_S = 110 \cdot 0,001 = 0,11 \text{ м};$$

$$e = OB \cdot \mu_S = 9 \cdot 0,001 = 0,009 \text{ м.}$$

Примечание. По указанию руководителя проекта можно использовать упрощенную диаграмму $S'(S)$, на которой изображаются только повернутые ординаты $S'_{y_{\max}}$ и $|S'_{B_{\max}}|$. Так, при заданных законах движения толкателя

$$S'_{y_{\max}} = \frac{2h}{\phi_y} = \frac{2 \cdot 0,06}{1,3963} = 0,08594 \text{ м},$$

$$|S'_{B_{\max}}| = \frac{\pi h}{2\phi_B} = \frac{\pi \cdot 0,06}{2 \cdot 1,3963} = 0,0675 \text{ м.}$$

4.3.2. Аналитический метод

Используем зависимости, приведенные в пособии [2].
Смещение (эксцентрикитет) толкателя

$$e = 0,5k \left[S'_{y\max} - \left| S'_{B\max} \right| - (S_A - S_B) \operatorname{tg} \theta_{\max} \right],$$

где $k = +1$, если кулачок вращается против часовой стрелки, и $k = -1$, если по часовой стрелке;

$$S_A \text{ и } S_B \text{ — перемещения толкателя при } S' = S'_{y\max} \text{ и } S' = \left| S'_{B\max} \right|.$$

В случае симметричных законов $S_A = S_B = 0,5h = 0,5 \cdot 0,06 = 0,03 \text{ м.}$

$$e = 0,5 \cdot (-1) \left[0,08594 - 0,0675 - (0,03 - 0,03) \operatorname{tg} 30^\circ \right] = -0,0092 \text{ м.}$$

Так как $e < 0$, то толкатель расположен слева от центра вращения кулачка.

$$S_0 = 0,5 \left(\frac{S'_{y\max} + \left| S'_{B\max} \right|}{\operatorname{tg} \theta_{\max}} - S_A - S_B \right) = 0,5 \left(\frac{0,08594 + 0,0675}{\operatorname{tg} 30^\circ} - 0,03 - 0,03 \right) = 0,103 \text{ м.}$$

Минимальный радиус-вектор центрового профиля кулачка

$$r_0 = \sqrt{S_0^2 + e^2} = \sqrt{0,103^2 + (-0,0092)^2} = 0,1034 \text{ м.}$$

4.4. Определение полярных координат центрового профиля кулачка

Используем зависимости, приведенные в пособии [2].

Расчетная схема для определения полярных координат (r_0, α) на фазе удаления приведена на рис. 4.1. *a*, на фазе возвращения — на рис. 4.1. *б*.

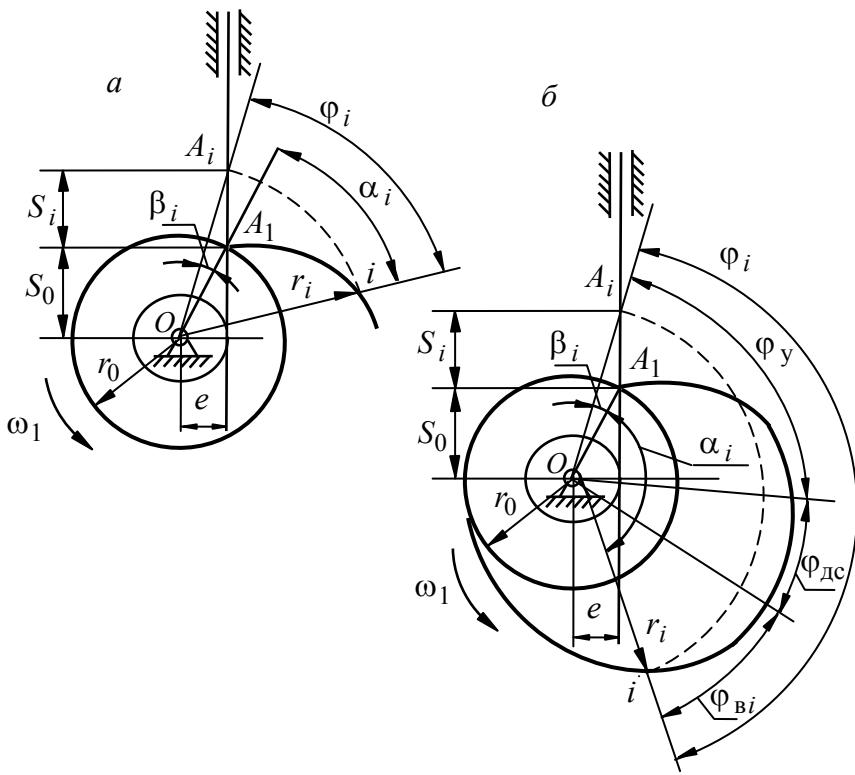


Рис. 4.1. Расчетные схемы для определения полярных координат на фазах удаления и возвращения

Радиус-вектор центрового профиля в произвольной точке A_i

$$r_i = \sqrt{(S_0 + S_i)^2 + e^2}, \text{ где } S_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}.$$

Полярный угол

$$\alpha_i = \phi_i - k\beta_i,$$

где k – коэффициент, учитывающий направление вращения кулачка (см. п. 4.3.2);

$$\beta_i = \operatorname{arctg} \frac{S_0 + S_i}{e} - \operatorname{arctg} \frac{S_0}{e}.$$

Выполняем расчет для положений 6 и 15. Значения S_i берутся из табл. 4.1. Для положения 6

$$S_0 = \sqrt{0,11^2 - (-0,009)^2} = 0,1096 \text{ м.}$$

$$r_6 = \sqrt{(0,1096 + 0,04437)^2 + (-0,009)^2} = 0,154 \text{ м.}$$

$$\beta_6 = \operatorname{arctg} \frac{0,1096 + 0,04437}{-0,009} - \operatorname{arctg} \frac{0,1096}{-0,009} = -1,35^\circ.$$

$$\alpha_6 = 50 - (-1)(-1,35) = 48,65^\circ.$$

Для положения 15

$$r_{15} = \sqrt{(0,1096 + 0,01852)^2 + (-0,009)^2} = 0,128 \text{ м.}$$

$$\beta_{15} = \operatorname{arctg} \frac{0,1096 + 0,01852}{-0,009} - \operatorname{arctg} \frac{0,1096}{-0,009} = -0,68^\circ.$$

$$\alpha_{15} = 150 - (-1)(-0,68) = 149,32^\circ.$$

4.5. Определение углов давления

Угол давления в каждом положении механизма определяется из зависимости [2]

$$\operatorname{tg} \theta_i = \frac{S'_i - k \cdot e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + S_i},$$

где k – коэффициент, учитывающий направление вращения кулачка (см. п. 4.3.2). Смещение e берется со знаком «плюс», если толкатель расположен справа от центра вращения кулачка, или со знаком «минус», если толкатель расположен слева.

Для положения 6

$$\operatorname{tg} \theta_6 = \frac{0,0752 - (-1)(-0,009)}{\sqrt{0,11^2 - (-0,009)^2 + 0,04437}} = 0,4298, \quad \theta_6 = 23,3^\circ.$$

Для положения 15

$$\operatorname{tg} \theta_{15} = \frac{-0,0624 - (-1)(-0,009)}{\sqrt{0,11^2 - (-0,009)^2 + 0,01852}} = -0,5572, \quad \theta_{15} = -29,1^\circ.$$

Результаты определения угла давления θ для всех положений приведены в табл. 4.3. Для построения графика $\theta(\varphi_1)$ принимаем масштабный коэффициент $\mu_\theta = 1$ град/мм. Тогда ординаты графика вычисляются как

$$y_\theta = \frac{\theta}{\mu_\theta}.$$

Например, для положения 6

$$y_{\theta(6)} = \frac{23,3}{1} = 23,3 \text{ мм.}$$

Результаты определения ординат y_θ для всех положений механизма приведены в табл. 4.3, на основании которой построен график $\theta(\varphi_1)$.

Таблица 4.3

Результаты определения углов давления и его ординат y_θ

| № пол. | θ , град | y_θ , мм | № пол. | θ , град | y_θ , мм |
|--------|-----------------|-----------------|--------|-----------------|-----------------|
| 1 | -4,7 | -4,7 | 10 | -3,0 | -3,0 |
| 2 | 0,9 | 0,9 | 11 | -11,8 | -11,8 |
| 3 | 16,5 | 16,5 | 12 | -19,4 | -19,4 |
| 4 | 27,9 | 27,9 | 13 | -25,3 | -25,3 |
| 5 | 28,9 | 28,9 | 14 | -28,7 | -28,7 |
| 6 | 23,3 | 23,3 | 15 | -29,1 | -29,1 |
| 7 | 11,7 | 11,7 | 16 | -25,6 | -25,6 |
| 8 | 0,6 | 0,6 | 17 | -17,3 | -17,3 |
| 9 | -3,0 | -3,0 | 18 | -4,7 | -4,7 |

4.6. Построение профиля кулачка

Используем графический способ построения центрового профиля кулачка по точкам, применяя метод обращения движения. В соответствии с этим методом кулачок в обращенном движении остается неподвижным, а толкатель обкатывается по кулачку, вращаясь в направлении, противоположном вращению кулачка, и все время касаясь окружности радиуса e .

Проводим две окружности радиуса e и r_0 и вертикальную касательную к окружности радиуса e (линию движения толкателя). В соответствии с графиком $S(\varphi_1)$ наносим разметку хода толкателя $A_1, A_2, A_3, \dots, A_9$ для фазы удаления. От луча OA_9 в направлении, противоположном действительному вращению кулачка, откладываем фазовые углы поворота кулачка $\Phi_U, \Phi_{DC}, \Phi_B$. Дугу, соответствующую углу Φ_U , делим на 8 равных частей в соответствии с графиком $S(\varphi_1)$ и получаем точки 1, 2, 3, ..., 9, через которые проводим касательные к окружности радиуса e . Затем радиусами $OA_1, OA_2, OA_3, \dots, OA_9$ проводим дуги до пересечения с соот-

ветствующими касательными в точках $1'$, $2'$, $3'$, ..., $9'$, которые являются положениями центра ролика в обращенном движении. Соединяя отмеченные точки плавной кривой, получаем центровой профиль кулачка для фазы удаления.

Для фазы возвращения все построения выполняются аналогичным образом.

Профиль дальнего стояния очерчивается по дуге окружности радиуса $r_{\max} = OA_9$, а профиль ближнего стояния – по дуге окружности r_0 .

Радиус ролика выбирается с учетом двух условий:

1) $r_p \leq 0,4r_0$ (конструктивное условие);

2) $r_p \leq 0,7\rho_{\min}$ (условие отсутствия заострения действительного профиля кулачка), где ρ_{\min} – минимальный радиус кривизны выпуклых участков центрового профиля кулачка. Радиус ρ_{\min} определяется с помощью следующего построения. В зоне наибольшей кривизны центрового профиля отмечаем точку. Вблизи от нее на равном расстоянии отмечаем еще две точки и соединяем их с первой точкой хордами. Через середины полученных хорд проводим к ним перпендикуляры, пересекающиеся в точке, которая является центром окружности, проходящей через все три точки. Радиус этой окружности приближенно можно принять за ρ_{\min} .

Тогда

$$\rho_{\min} = 67 \cdot \mu_S = 67 \cdot 0,001 = 0,067 \text{ м};$$

$$r_p \leq 0,4r_0 = 0,4 \cdot 0,11 = 0,044 \text{ м};$$

$$r_p \leq 0,7\rho_{\min} = 0,7 \cdot 0,067 = 0,047 \text{ м.}$$

Принимаем радиус ролика $r_p = 0,04$ м.

Действительный профиль кулачка строим в виде эквидистантной кривой по отношению к центровому профилю. Для ее построения из точек центрового профиля описываем ряд дуг радиусом r_p . Оги-

бающая всех этих дуг и представляет собой действительный профиль кулачка.

4.7. Выводы

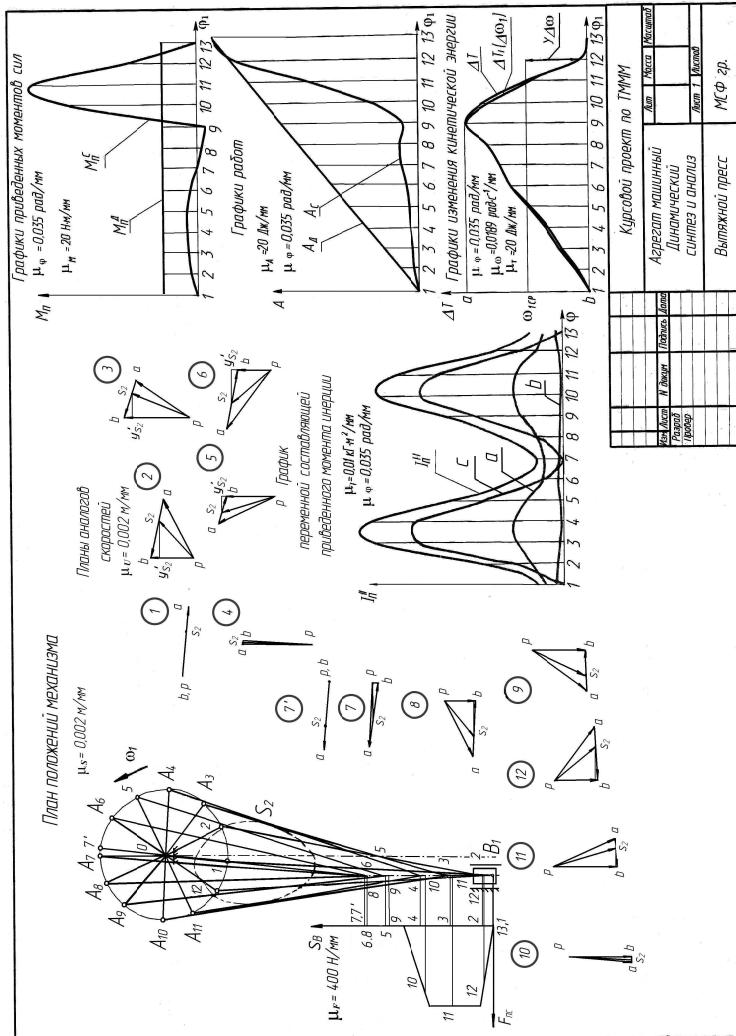
Спроектирован кулачковый механизм минимальных размеров, обеспечивающий движение толкателя по заданным законам. Угол давления во всех положениях не превышает заданного допускаемого угла θ_{\max} .

ЛИТЕРАТУРА

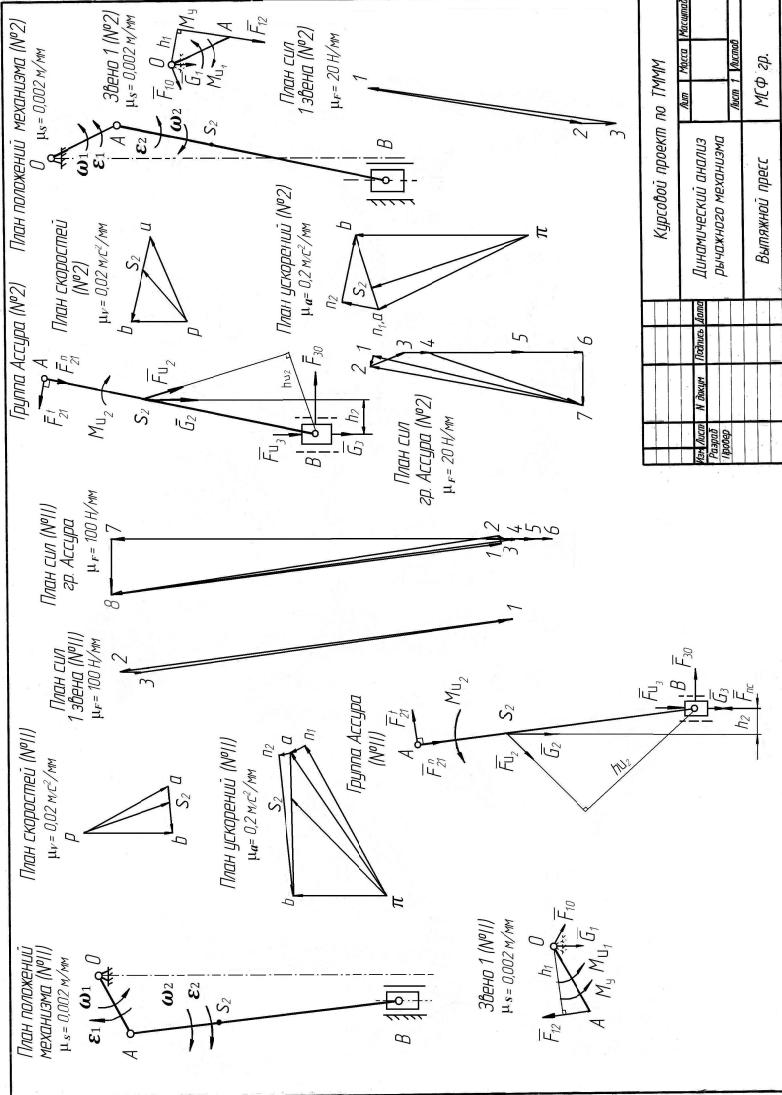
1. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения / П. П. Анципорович [и др.]. – 2-е изд. – Минск : БНТУ, 2014. – 41 с.
2. Синтез кулачковых механизмов / П. П. Анципорович [и др.]. – 4-е изд. – Минск : БНТУ, 2013. – 80 с.
3. Анципорович, П. П. Теория механизмов и машин: методическое пособие по курсовому проектированию для студентов инженерно-технических специальностей / П. П. Анципорович, В. К. Акулич, Е. М. Дубовская. – Минск : БНТУ, 2014. – 59 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

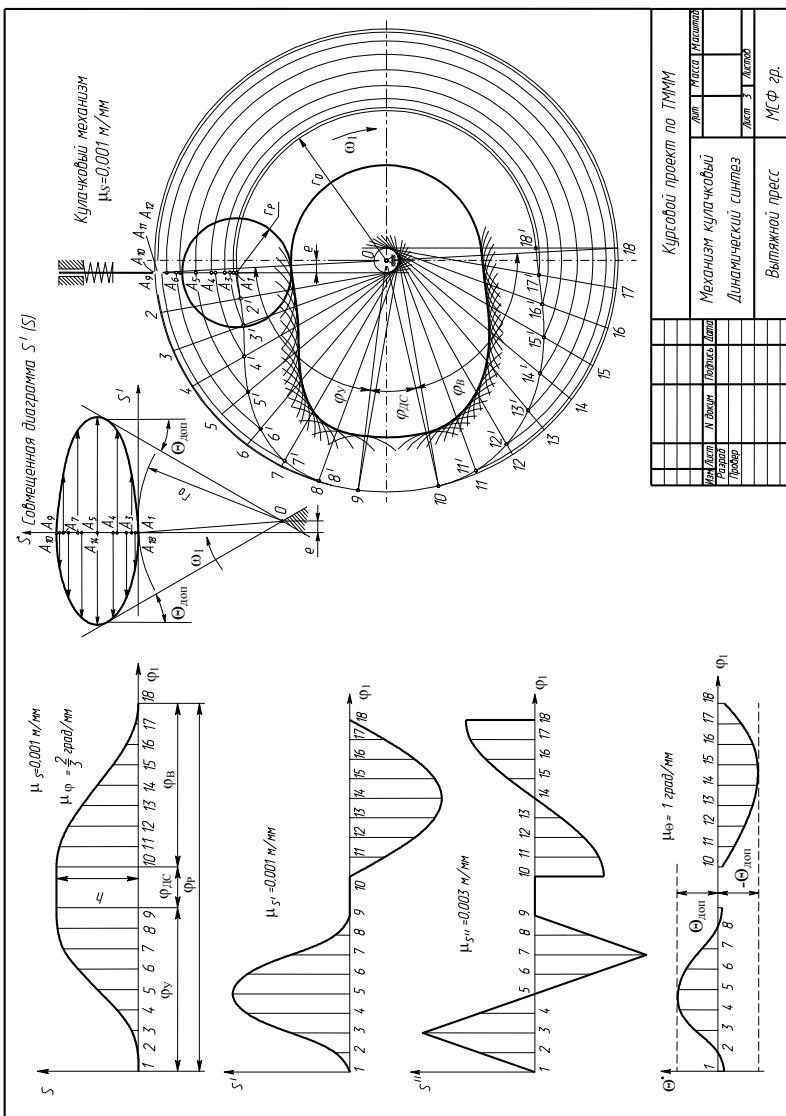
ПРИЛОЖЕНИЕ 1



ПРИЛОЖЕНИЕ 2



ПРИЛОЖЕНИЕ 3



Учебное издание

**ДУБОВСКАЯ Елена Михайловна
АКУЛИЧ Валерий Константинович**

**ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, МАШИН
И МАНИПУЛЯТОРОВ**

Пособие
для студентов специальности 6-05-0714-03
«Инженерно-техническое проектирование
и производство материалов и изделий из них»

Редактор *K. С. Мельникова*
Компьютерная верстка *H. A. Школьниковой*

Подписано в печать 13.01.2025. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 3,89. Уч.-изд. л. 1,21. Тираж 100. Заказ 278.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.